CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१७. गुण तीन प्रन $ख^2+क^2 > २ग$
वा अनगुणे, तिनीहरू $ख^2, ग^2$
लेखतछन् जस्तो [illegible]

चौथा भाग.

विषमीकरण.

१. जुन दुइ पदहरू समान छैनन् तिनीहरूलाई विषमीकरण

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भन्दछन्. त्यसका दु
दुवै तर्फ लेख्तछन्.

२. विषमीकरणका दुवै पक्षको पदहरूम
घटाउँदा, समानैले गुणदा वा भाग लिंदा ए
को वर्गादि घात वा मूल गर्दा विषमै भैरहन्छ;
को संशोधन गर्दा पहिले जस्तै विषम हुन्छ त्यस्त
विषमै भैरहन्छन्.

जस्तैः— (१) अ–क > ग–क

यहाँ दुवै पक्षका पदहरूमा क जोड्दा अ–क+क >ग–क+क
वा अ >ग यिनीहरू दुवै पक्षहरूका पदहरू पनी क्रमैसंग अधिक
न्यून हुन्छन्. यसर्थ >वा< यो चिह्नको दुवै तर्फ जुन दुइ पक्षका
पदहरू हुन्छन् तिनीहरूमा कोही पद पक्षान्तरनयन गर्दा ती पक्ष
का पदहरूको वैषम्य विग्रदैन.

३. कोही दुइ विषम पदहरूको वर्गको योग तिनीहरूको गुण-
नफलको दोवर भन्दा अधिक हुन्छ.

जस्तैः— (२) $अ^२+क^२ > २अक$

$(अ–क)^२ > ०$ वा $अ^२–२अक+क^२ > ०$ वा $अ^२+क^२ > २अक$. यसर्थ कोही दुइ विषम पदका वर्गहरूको योग तिनीहरू-
को गुणनफलको दोवर भन्दा सर्वदा अधिक हुन्छ भनेर ज्ञान
हुन्छ.

४. तीन विषम पदहरू मध्ये प्रत्येक दुइ २ पदका गुणनफल-
हरूको योग भन्दा ती तीन पदका वर्गहरूको योग सर्वदा अधिक-
हुन्छ.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१७. गुण तीन प्रति फे $अ^२+क^२ > २अक$, $अ^२+ग^२ > २अग$, $क^२$ वा अनगुण, यिनीहरू $क^२+ग^२ > २कग$

लेखतछन्. जस्तैः अ रूको योग न्यून पक्षहरूको योग भन्दा अ- कि हालि $अ^२+क^२+ग^२ > २अक+२कग+२अग$ वा $अ^२+क^२+ग^२ > अक+अग+कग$

१. तीन विषम पदहरू मध्ये दुइ २ पदका योगहरूको गुणन- ो तीन पदका गुणनफलको ८ दोवर भन्दा सर्वदा अधिक

जस्तैः— (४) (अ+क) (अ+ग) (क+ग) $> ८अकग$

$\because अ^२+क^२ > २अक \therefore अ^२+क^२+२अक$ वा $(अ+क)^२ > ४अक$

$\because अ^२+ग^२ > २अग \therefore अ^२+ग^२+२अग$ वा $(अ+ग)^२ < ४अग$

$\because क^२+ग^२ > २कग \therefore क^२+ग^२+२कग$ वा $(क+ग)^२ > ४कग$

यसर्थ गुणदा $(अ+क)^२(क+ग)^२(अ+ग)^२ > ६४अ^२क^२ग^२$

वर्गमूल लिंदा (अ+क) (क+ग) (अ+ग) $> ८अकग$

६. दुइ विषम पदका योगको वर्ग भन्दा ती दुइ दुइ पदका व- र्गहरूका योगको दोवर सर्वदा अधिक हुन्छ.

जस्तैः— (५) $अ^२+क^२ > २अक$ मा $अ^२+क^२$ जोड्दा $२अ^२ +२क^२ > अ^२+२अक+क^२$ वा $२(अ^२+क^२) > (अ+क)^२$

७. तीन विषम पदहरूको योगको वर्ग भन्दा ती तीन पदका वर्गहरूको योगको तेवर सर्वदा अधिक हुन्छ.

जस्तैः— (६) $(अ+क+ग)^२ = अ^२+क^२+ग^२+२अक+२ अग+२कग$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri Funding: MIDF

पक्षान्तरनयनबाट २अक+२अग+२
क^{२}−ग^{२}

तर २अ^{२}+२क^{२}+२ग^{२} >२अक+२क

∴ २अ^{२}+२क^{२}+२ग^{२} >(अ+क+ग)

पक्षान्तरनयनबाट ३अ^{२}+३क^{२}+३ग^{२} >(अ+क+ग)^{२}

वा ३(अ^{२}+क^{२}+ग^{२}) >(अ+क+ग)^{२}

यसर्थ चार विषम पदहरूको योगको वर्ग भन्दा ती चार पदका वर्गहरूको योगको चौवर सर्वदा अधिक हुन्छ. यस्तै प्रकारले पाँच, छ इत्यादि विषम पदहरूको पनी जान्नू.

८. तीन विषम पदहरूको गुणनफललाई ती तीन पदहरूको योगले गुणेको गुणनफल भन्दा ती तीन पदका चतुर्घातहरूको योग सर्वदा अधिक हुन्छ.

जस्तैः— (७) य^{२}+र^{२}+ल^{२} >यर+यल+रल मा य, र, ल यिनीहरूको स्थानमा यिनीहरूको वर्गहरू गर्दा य^{४}+र^{४}+ल^{४} >य^{२}र^{२}+य^{२}ल^{२}+र^{२}ल^{२} हुन्छ यसर्थ य^{२}ल^{२}+र^{२}ल^{२} >२यरल^{२}. य^{२}र^{२}+र^{२}ल^{२} >२य^{२}ल, अरू य^{२}र^{२}+य^{२}ल^{२} >२य^{२}रल सिद्ध हुन्छ.

तब अधिक पक्षहरूका पदहरूको योग न्यून पक्षहरूको पदहरूको योग भन्दा अधिकै होला; यसर्थ २य^{२}र^{२}+२य^{२}ल^{२}+२र^{२}ल^{२} >२यरल^{२}+२यर^{२}ल+२य^{२}रल वा य^{२}र^{२}+य^{२}ल^{२}+र^{२}ल^{२} >यरल^{२}+यर^{२}ल+य^{२}रल. फेरी य^{४}+र^{४}+र^{४} >य^{२}र^{२}+य^{२}ल^{२}

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१७. गुण तीन प्रति फेलो छ. यसबाट $य^४+र^४+ल^४ > यरल$ वा अनगुण, यिनीहरू हुन्छ.

लेख्तछन्. जस्तो अ $>$, $२र^२=२अ-क$ भए य र भन्दा अ अधि- छ, $२^{भन्दा}$ सिद्ध गर्नु.

यहाँ $२य^२=२अ+३क$ अरू $२र^२=२अ-३क$

पहिला दुइ पक्षहरूमा क्रमैसंग दोस्रा दुवै पक्षहरूलाई जोड्दा

$२य^२+२र^२=(२अ+३क)+(२अ-३क)$ वा $य^२+र^२=२अ$

तर $य^२+र^२ > २यर$ ∴ $२अ > २यर$ वा $अ > यर$ होला.

१८. दुइ विषम राशिको वर्गयोगलाई ती दुइ राशीहरूको गुणनफलले गुणदा जुन गुणनफल हुन्छ; त्यस भन्दा ती दुइ राशिका चतुर्घातहरूको योग ठुलो हुन्छ.

यहाँ य, र दुइ राशिहरू छन्, यिनीहरूमा य राशि र भन्दा ठुलो छ.

∴ $य^३ > र^३$ स्पष्ट ज्ञान हुन्छ.

यी दुवै पक्षका पदहरूलाई य-र ले गुणदा $य^४-य^३र > यर^३-र^४$ फेरी य राशि र भन्दा सानो भए $र > य$

∴ $र^३ < य^३$ स्पष्ट ज्ञान हुन्छ.

यी दुवै पक्षहरूको पदहरूलाई र-य ले गुणदा $र^४-यर^३ < य^३र-य^४$

पक्षान्तरनयनबाट $य^४+र^४ < य^३र+यर^३$ वा $य^४+र^४ < यर(य^२+र^२)$ यस प्रकारबाट य, र यी राशिहरूमा य भन्दा र ठुलो भएता पनी सानो भएता पनी $य^४+र^४ < यर(य^२+र^२)$ यही सिद्ध हुन्छ.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by e[illegible]. Funding: MoE

११. $\sqrt{३}+\sqrt{५}$, $\sqrt{७}+\sqrt{२}$ [illegible]
ठुलो ?

यहाँ $\sqrt{३}+\sqrt{५}$ >वा< $\sqrt{७}+\sqrt{[illegible]}$

वर्ग गर्दा ८+२$\sqrt{१५}$ >वा< ९+२$\sqrt{१४}$

पक्षान्तरनयनबाट २$\sqrt{१५}$ >वा< १+२$\sqrt{६३}$

वर्ग गर्दा ६० >वा< २५३+४$\sqrt{६३}$

पक्षान्तनयनबाट −१९३ >वा< ४$\sqrt{६३}$

वर्ग गर्दा ३६९६९ >वा< १००८

यसर्थ $\sqrt{७}+\sqrt{२}$ भन्दा $\sqrt{३}+\sqrt{५}$ ठुलो भयो.

१२. $\sqrt{य}-\sqrt{र}$ भन्दा $\sqrt{यर}-\sqrt{\frac{यर}{य+र}}$ अधिक छ भनेर सिद्ध गर्नु.

यहाँ $\sqrt{य+र}-\sqrt{\frac{यर}{य+र}}$ >वा< $\sqrt{य}-\sqrt{र}$

वर्ग गर्दा य+र−२$\sqrt{यर}+\frac{यर}{य+र}$ >वा< य−२$\sqrt{यर}$+र

पक्षान्तरनयनबाट $\frac{यर}{य+र}$ >वा< ०

यसर्थ $\sqrt{य}-\sqrt{र}$ भन्दा $\sqrt{यर}-\sqrt{\frac{यर}{य+र}}$ ठुलो छ भनेर सिद्ध भयो.

१३. एक मनुष्यले १६ रुपैञ्चाको $\frac{य}{र}$ पाएछ, फेरी पछीबाट १६ रुपैञ्चाको $\frac{र}{य}$ पाएछ, तब त्यसले ३२ रुपैञ्चा दिएछ भने यो लेनदे-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१७. गुण तीन प्रान परेन भनेर सिद्ध गर.

चा अनगुण, यिनीहरूको $\left(\frac{य}{र}+\frac{र}{य}\right)$ जम्मा भएछ.

लेख्तछन्. जस्तो अ $>$ [illegible]

$\left(\frac{य}{र}+\frac{र}{य}\right)-३२=१६\left(\frac{य}{र}+\frac{र}{य}-२\right)=१६$

$\left(\sqrt{\frac{य}{र}}-\sqrt{\frac{र}{य}}\right)^{२}$ =यथार्थ संख्या. यसर्थ यो लेनदेनमा त्यस-

लाई नोक्सान परेन भनेर सिद्ध भयो.

१ उदाहरण.

(१) $\frac{अ+क}{२} > \frac{२अक}{अ+क}$ सिद्ध गर

(२) $\frac{अ}{क^{२}}+\frac{क^{२}}{अ} > \frac{१}{अ}+\frac{१}{क}$ सिद्ध गर

(३) $य^{२} > ६य-९$ सिद्ध गर

(४) $अ^{२}+क^{२}+ग^{२} > अक+अग+कग$

(५) $(अ+क+ग)^{३} > २७अकग$ सिद्ध गर

(६) अकग $>$ (क+ग−अ) (अ+ग−क) (अ+क−ग)

(७) अ र क परस्पर समान नभए $(अ+क)^{४}$ भन्दा८ $(अ^{४}+क^{४})$ ठुलोछ भनेर सिद्ध गर

(८) $य^{२}=अ^{२}+क^{२}$ अरू $र^{२}=ग^{२}+घ^{२}$ भए यर अग+कघ सिद्ध गर

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri Funding: MIDF

(९) २+$\sqrt{३}$ वा ३+$\sqrt{२}$ मा कुन ठुलो

(१०) $\sqrt{७}+\sqrt{१५}$ वा $\sqrt{३}+२\sqrt{३}$ मा कु

(११) $य^{३}+१$ वा $य^{२}+य$ मा कुन ठुलो

(१२) एक मनुष्यले ८ रुपैआको $\frac{र}{य+अ}$ पाएछ, फेरी पछाडि ८ रुपैआको $\frac{य+अ}{र}$ पाएछ र १६ रुपैआ त्यसले दिएछ भने सिद्ध गरकि यो लेनदेनमा त्यसलाई नोक्सान परेन.

गुण.

१३. सजातीय दुइ राशिहरूमा पहिला राशि दोस्रा राशि भन्दा जति दोवर हुन्छ त्यो दोवरलाई गुणकको पहिला राशिको निमित्त दोस्रा राशिको गुण भन्दछन्.

१४. सजातीय दुइ राशिहरूमा पहिला राशि दोस्रा राशि भन्दा जति गुण हुन्छ ती दुइ राशिहरूलाई गुणको पद भन्दछन्. तिनीहरूमा पहिला पदलाई पूर्वपद र दोस्रा पदलाई उत्तरपद भन्दछन्.

१६. उत्तर पदले पूर्वपदलाई भाग गर्दा जो लब्धि हुन्छ त्यही त्यो गुणको मान हुन्छ.

जस्तैः— (१) अ, क यी दुइ सजातीय राशि भए अ को निमित्त क को गुण अ÷क होला. तर यहाँ क भन्दा अ जति गुण छ त्यो गुणको ज्ञानको अपेक्षितत्त्व देखाउनाको निमित्त अ÷क मा भागहाराका चिह्नको बीचको रेखा मेटेर अ : क लेख्तछन्.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१७. गुण तीन प्रकारका हुन्छन् अधिकगुण, समगुण, न्यून वा अनगुण, यिनीहरूलाई >वा=वा< यो चिह्नहरूको दुइ तर्फ लेख्तछन्. जस्तो अ >वा=वा< क हुन्छ उस्तै अ:क

१८. कोही दुइ गुणहरूमा कुन भन्दा कुन अधिक, सम, वा न्यून छ यसको ज्ञान हुनालाई गुणहरूको भिन्नराशिको रूपमा लेख्ता शीघ्र ज्ञान हुन्छ.

जस्तैः— (२) २:३, र ४:५ यी दुइ गुणहरूमा कुन ठुलो छ?

यहाँ २:३=$\frac{२}{३}$, र ४:५=$\frac{४}{५}$

समच्छेद गर्दा $\frac{१०}{१५}$, $\frac{१२}{१५}$ तब १२ >१० ∴ ४:५ >२:३

जस्तैः— (३) अ:क र ग:घ यिनीहरूमा कुन भन्दा कुन ठुलो छ?

यहाँ अ:क=$\frac{अ}{क}$, अरू ग:घ=$\frac{ग}{घ}$

छेदगमबाट अघ >वा=वा< कग

∴ अ घ गुणनफल क ग गुणनफल भन्दा जस्तो अधिक, वा सम, वा न्यून हुन्छ उस्तै अ:क गुण ग:घ गुण भन्दा अधिक, वा सम, वा न्यून होला.

जस्तैः— (४) $\frac{३}{४}$:$\frac{५}{६}$ को गुण निकाल

गुण=$\frac{३}{४}\div\frac{५}{६}=\frac{३}{४}\times\frac{६}{५}=\frac{१८}{२०}=\frac{९}{१०}$

जस्तैः— (५) $\frac{य-२र}{२य-६र}=\frac{१}{२}$ भए य:र गुणको=निकाल

छेदगमबाट २य−१०र=२य−६र

संशोधन गर्दा ३य=र ∴ य:र=$\frac{१}{३}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जस्तैः— (६) ६य^२−१७यर+१२र^२=० भए य:र गुणकको= निकाल

र^{२}ले भाग गर्दा ६$(\frac{य}{र})^२$−१७$\frac{य}{र}$+१२=०

$\frac{य}{र}$=फ कल्पना गर्दा ६फ^२−१७फ+१२=०

खराड गर्दा (३फ−४) (२फ+३)=०

∴ ३फ−४=०, २फ+३=० वा फ=$\frac{४}{३}$, र $\frac{३}{२}$

यसर्थ $\frac{य}{र}$=$\frac{४}{३}$ वा $\frac{३}{२}$ भयो.

जस्तैः— (७) य:र=$\frac{३}{५}$ भए $\frac{५य-२र}{३य+४र}$=कति ?

यहाँ $\frac{५य-२र}{३य+४र}$=$\frac{५\frac{य}{र}-२}{३\frac{य}{र}+४}$=$\frac{१०-२}{३+२०}$=$\frac{४}{२३}$=$\frac{४}{५}$×$\frac{५}{२३}$=$\frac{२}{२३}$ भयो.

१६. जुन गुणको पूर्वपद र उत्तर पदहरूको अन्तर ती दुवै पदहरूमा थेरै स्वल्प हुन्छ त्यसको वर्गगुण र घनगुणको आसन्न मान तल लेखिएको रीतिबाट तुरन्त ज्ञान हुन्छ.

जस्तैः— (१) अ+क:अ यो गुणको क अन्तर अ भन्दा थेरै स्वल्प छ.

तब वर्ग गर्दा (अ+क)^२ : अ^२

भिन्नराशिको रूपमा लेख्दा $\frac{(अ+क)^२}{अ^२}$=$\frac{अ^२+२अक+क^२}{अ^२}$

=१+२$\frac{क}{अ}$+$\frac{क^२}{अ^२}$=१+२$\frac{क}{अ}$=$\frac{अ+२क}{अ}$ आसन्न मान

वा अ+२क:अ आसन्न मान भयो.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अर्थात् ठुलो पदमा अन्तर दोवर गर्दा आसन्न वर्ग गुण हुन्छ.

अरू घन गर्दा $(अ+क)^३ : अ^३$

भिन्न राशिको रूपमा लेख्ता $\frac{(अ+क)^३}{अ^३} = \frac{अ^३+३अ^२क+३अक^२+क^३}{अ^३}$

$= १+३\frac{क}{अ}+३\frac{क^२}{अ^२}+\frac{क^३}{अ^३} = \frac{अ+३क}{अ}$ आसन्न मान

वा अ+३क : अ आसन्न मान भयो.

अर्थात ठुलो पदमा अन्तर तेवर गर्दा आसन्न घन गुण हुन्छ.

जस्तैः— (२) १०३ र १०० को आसन्न मान

तब वर्ग गर्दा $(१०३)^२ : (१००)^२$

भिन्न राशिको रूपमा लेख्ता $\frac{(१०३)^२}{(१००)^२} = \frac{१०६०९}{१००००}$

भाग गर्दा १.०६०९ वा १.०६ वास्तव आसन्न मान यो हो.

२०. दुइ गुणहरूमा कुन भन्दा कुन अधिक वा सम वा न्यून छ तल लेखिएको रीतिवाट केही उदाहरण सिद्ध गरेर देखाएको छ.

जस्तैः— (१) अ : क र अ+नक : क+नअ यी दुइ गुणहरूमा कुन भन्दा कुन अधिक सम वा न्यून होला.

भिन्न राशिको रूपमा लेख्ता $\frac{अ}{क} > वा = वा < \frac{अ+नक}{क+नअ}$

छेदगमवाट अक+नअ^२ >वा=वा< अक+नक^२

संशोधन गर्दा नअ^२ >वा=वा< नक^२

दुवै पक्ष न ले भाग गर्दा अ^२ >वा=वा< क^२

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

वर्ग मूल लिंदा अ >वा=वा< क

यसबाट जस्तो क भन्दा अ अधिक, सम, वा न्यून हुन्छ त्यस्तै अ:क दोस्रा पद अ+नक:क+नअ भन्दा अधिक, सम, वा न्यून होला.

२१. अधिक गुणको दुवै पदहरूमा कोही एकै पद जोड्दा त्यसको मान घट्तछ अरू उँनगुणको दुवै पदहरूमा कोही एकै पद जोड्दा त्यसको मान वढ्दछ.

जस्तैः— (२) अ:क यो गुणको दुवै पदहरूमा ग जोड्दा अ+ग:क+ग यो गुण होला.

भिन्नराशिको रूपमा लेख्दा $\frac{अ+ग}{क+ग}$ >वा=धा< $\frac{अ}{क}$

छेदगमबाट अक+कग >वा=वा< अक+अग

संशोधन गर्दा कग >वा=वा< अग

दुवै पक्ष ग ले भाग गर्दा क >वा=वा< अ

यसबाट जस्तो क राशि अ भन्दा ठुलो, सानो हुन्छ त्यस्तै $\frac{अ+ग}{क+ग}$ राशि $\frac{अ}{क}$ भन्दा ठुलो वा सानो होला अर्थात् अ+ग:क+ग यो अ:क भन्दा अधिक वा न्यून होला.

२२. अधिकगुणको दुवै पदहरूमा त्यसभन्दा सानो कोही एक राशि घटाउँदा त्यसको मान वढदछ अरू उँनगुणको दुवै पदहरूमा कोही एक सानो राशि घटाउँदा त्यसको मान घट्तछ.

जस्मैः— (३) अ:क यो गुणको दुवै पदहरूमा ग घटाउँदा अ–ग:क–ग यो गुण होला.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तब $\frac{अ-ग}{क-ग} > वा < \frac{अ}{क}$

छेदगमबाट अक--कग >वा< अक–अग

संशोधन गर्दा अग >वा< कग

दुबै पक्ष ग ले भाग गर्दा अ >वा< क

यसबाट जस्तै अ राशि क भन्दा ठुलो वा सानो हुन्छ त्यस्तै $\frac{अ-ग}{क-ग}$ राशि $\frac{अ}{क}$ भन्दा ठुलो वा सानो हुन्छ अर्थात् जस्तो अ : क अधिकगुण वा उँनगुण हुन्छ त्यस्तै अ–ग : क-ग यो अ : क भन्दा ठुनो वा सानो हुन्छ.

२३. कोही गुणको दुइ पदहरूमा क्रमैसंग दोस्रा कोही अर्को गुणको दुइ पहरू जोड्दा जुन योगरूप एक गुण उत्पन्न हुन्छ त्यो पहिला गुण भन्दा जस्तो पहिला गुण दोस्रा गुण भन्दा ठुलो, समान वा सानो हुन्छ त्यस्तै ठुलो, समान वा सानो हुन्छ.

जस्तैः— (४) अ : क, र ग : घ यी दुइ गुणहरू छन्.

दोस्रा गुणको दुइ पदहरू क्रमैसंग जोड्दा अ+ग : क+घ

तब $\frac{अ+ग}{क+घ} > वा = वा < \frac{अ}{क}$

छेदगमबाट अक+कग >वा=वा< अक+अघ

संशोधन गर्दा कग >वा=वा >अघ

वा $\frac{ग}{घ} > वा = वा < \frac{अ}{क}$

२४. जुन दुइ गुणहरूमा पहिलाको दुबै पद क्रमैसंग दोस्राको

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

दुवै पदहरूमा भन्दा ठुलो भए तीनमा पहिला गुणको दुइ पदहरूमा क्रमैसंग दोस्रा गुणको दुइ पदेहरूलाई घटाउँदा जुन अन्तररूप एक गुण उत्पन्न हुन्छ त्यो पहिला गुण भन्दा जस्तो पहिला गुण ठुलो वा समान वा सानो हुन्छ त्यस्तै ठुलो वा समान वा सानो हुन्छ.

जस्तैः— (५) अ : क र ग : घ यी दुइ गुणहरू छन्.

यहाँ दोस्रा गुणको दुइ पदहरू क्रमैसंग घटाउँदा अ–ग : क–घ

तब $\frac{\text{अ–ग}}{\text{क–घ}} > \text{वा} = \text{वा} < \frac{\text{अ}}{\text{क}}$

छेदगमवाट अक–कग >वा=वा< अक–अघ

संशोधन गर्दा अघ >वा=वा< कग

वा $\frac{\text{अ}}{\text{क}} > \text{वा} = \text{वा} > \frac{\text{ग}}{\text{घ}}$

२५. कोही दुइ गुणहरूमा पहिला गुणको दुइ पदहरूलाई क्रमैसंग दोस्रा गुणको दुइ पदहरूले गुणदा जुन गुणयगुणकरूप एक गुण उत्पन्न हुन्छ त्यो जस्तो दोस्रा गुण अधिक, वा समान, वा न्यून हुन्छ त्यस्तै पहिला गुण भन्दा ठुलो, समान, वा न्यून हुन्छ यसलाई विषम गुण भन्दछन्.

जस्तैः— (६) अ : क, ग : घ यी दुइ गुणहरू छन्.

यहाँ दोस्रा गुणको दुइ पदहरूले क्रमैसंग गुणदा अग : कघ

तब $\frac{\text{अग}}{\text{कघ}} > \text{वा} = \text{वा} < \frac{\text{अ}}{\text{क}}$

छेदगमवाट अकग >वा=वा< अकघ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

दुवै पक्ष अ क ले भाग गर्दा ग >वा=वा घ

२६. एक विषम गुणलाई दुइ वा अधिक अनेक गुणहरूको पूर्वपदहरूले परस्पर गुणदा र अनेक गुणहरूको उत्तरपदहरूले परस्पर गुणदा जुन नत्रा गुण उत्पन्न हुन्छ ती अनेक गुणहरूमा उत्तर २ गुणको पूर्वपद त्यसको पूर्व २ गुणको उत्तरपदको समान भए पहिला गुणको जुन पूर्वपद हो त्यही त्यो विषम पदको पूर्वपद हुन्छ अरू अन्तिम गुणको जुन उत्तरपद हो त्यही त्यो विषम पदको उत्तरपद हुन्छ.

जस्तैः— (७) अ : क, क : ग, ग : घ ⋯ ⋯ ⋯ प : फ यी अनेक गुण छन्.

तब $\frac{\text{अ}\times\text{क}\times\text{ग}\times\text{घ}\cdots\cdots\cdots\text{प}}{\text{क}\times\text{ग}\times\text{घ}\times\text{ङ}\cdots\cdots\cdots\text{फ}} = \frac{\text{अ}}{\text{फ}}$

$\therefore \frac{\text{अ}}{\text{फ}}$ वा अ : फ यो गुण हुन्छ.

२७. एक विषम गुणलाई दुइ वा अधिक त्यही गुणहरूको पूर्वपदहरूले परस्पर गुणदा र त्यही गुणहरूको उत्तरपदहरूले परस्पर गुणदा जुन नत्रा गुण उत्पन्न हुन्छ त्यो विषम गुणको दुवै पदहरूलाई क्रमैसंग एकरूप गुणको दुवै पदहरूको दुइ वा अधिक घातको समान हुन्छ.

जस्तैः— (८) अ : क, अ : क, अ : क ⋯ ⋯ ⋯ म गुण भए

$\text{अ}^{\text{म}} : \text{क}^{\text{म}}$ विषम गुण भयो.

यसमा म=२ भए वर्ग गुण, म=३ भए घन गुण, म=४ भए चतु-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

घातगुण इत्यादि भन्दछन्; अरू यसमा म = $\frac{२}{२}$ भए वर्गमूलगुण, म = $\frac{३}{३}$ भए घनमूलगुण, म = $\frac{४}{४}$ भए चतुर्घातमूल गुण इत्यादि भन्दछन्.

२८. कोही पूर्णघातगुण त्यसको मूलरूपगुण भन्दा जस्तो त्यो मूलरूपगुण अधिक गुण वा उँनगुण हुन्छ त्यस्तै ठुलो वा सानो हुन्छ.

जस्तैः— (६) अ : क यो मूलपरू गुणको $अ^{म} : क^{म}$ यो मघातगुण छ जसको म पूर्णसंख्या धनात्मक छ.

तब $\frac{अ^{म}}{क^{म}} >$ वा $< \frac{अ}{क}$

छेदगमवाट $अ^{म}क >$ वा $< अक^{म}$

वा $अ^{म-१} >$ वा $< क^{म-१}$ वा $अ >$ वा $< क$

२९. एक मूलरूप गुणको दुइ पूर्वघात गुणहरूमा जसको घातमाप कठुलो हुन्छ जस्तो त्यो मूलरूपगुण अधिकगुण वा उँनगुण हुन्छ त्यस्तै त्यो दोस्रा पद भन्दा सानो वा ठुलो हुन्छ.

जस्तैः— (१०) अ : क यो मूलरूपगुणको $अ^{न} : क^{न}$ र $अ^{म} : क^{म}$ यी दुइ पूर्वघातगुण छन् जसमा न र म पूर्णसंख्या धनात्मक छ अरू न < क छ.

तब $\frac{अ^{न}}{क^{न}} >$ वा $< \frac{अ^{म}}{क^{म}}$

छेदगमवाट $अ^{न}क^{म} >$ वा $< अ^{म}क^{न}$

संशोधनवाट $अ^{न-म} >$ वा $< क^{न-म}$

वा $अ >$ वा $< क$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

३०. $य+र : य^२+र^२$ यो गुण $य^२+र^२ : य^३+र^३$ यो गुण भन्दा ठुलो छ भनेर सिद्ध गर.

भिन्नराशिको रूपमा लेख्दा $\frac{य+र}{य^२+र^२} > वा < \frac{य^२+र^२}{य^३+र^३}$

छेदगमवाट $य^४+य^३र+यर^३+र^४ > वा < य^४+२य^२र^२+र^४$

संशोधन गर्दा $य^३र+यर^३ > वा < २य^२र^२$

यर ले दुवै पक्ष भाग गर्दा $य^२+र^२ > वा < २यर$

$\therefore \frac{य+र}{य^२+र^२} > \frac{य^२+र^२}{य^३+र^३}$ वा $य+र : य^२+र^२ > य^२+र^२ : य^३+र^३$

३१. $य^२-र^२ : य^२+र^२$ यो गुण $य^३-र^३ : य^३+र^३$ यो गुण भन्दा सानो छ भनेर सिद्ध गर.

भिन्नराशिको रूपमा लेख्दा $\frac{य^२-र^२}{य^२+र^२} > वा < \frac{य^३-र^३}{य^३+र^३}$

छेदगमवाट $य^४-य^३र^२+य^२र^३-र^४ > वा < य^४+य^३र^२-य^२र^३-र^४$

संशोधन गर्दा $य^२र^३ > वा < य^३र^२$

$य^२र^२$ ले दुवै पक्ष भाग गर्दा $र > वा < य$

$\therefore र < य$ वा $य^२-र^२ : य^२+र^२ < य^३-र^३ : य^३+र^३$

३२. अ ४० वर्ष र क १६ वर्षको रहेछ अब सबैभन्दा सानो कति वर्षको संख्या पछी तिनीहरूका उमेरको गुण ७ : ३ होला ?

यहाँ य वर्ष पछी अ को उमेर ४०+य अरू क को उमेर १६+य हुन्छ.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तब $\frac{४०+य}{१६+य} < \frac{७}{३}$

छेदगमवाट १२०+३य < ११२+७य

संशोधन गर्दा ४य < ८

∴ य < २

अर्थात २ वर्ष पछी तिनीहरुका उमेरको गुण ७:३ हुन्छ.

२ उदाहरण.

(१) कुन भन्दा कुन गुन ठुलो

(१) ४:५ वा ५:६ (२) २:३, ३:४, वा ४:५

(३) य+र:र, वा य+र:य

(४) $अ^२+क^२$:अ+क, वा $अ^३+क^३$:$अ^२+क^२$

(२) कुन भन्दा कुन गुण सानो.

(१) ५:६ वा ७:८ (२) ३:४, ५:६, वा ७:८.

(३) अ-के:अ, वा अ-क:क

(४) अ+क:अ-क, $अ^२+क^२$:$अ^२-क^२$, $अ^२-क^२$:$अ^२+क^२$

(३) च:छ विषम गुणलाई छ:ज, ज:झ इत्यादि म:य सम्म-को गुणहरुले परस्पर गुणदा कुन गुण होला.

(४) य:र, य:र, य:र इत्यादि ल गुण भए विषम गुण कुन होला

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(५) य+२र : य यो वर्ग गुणको आसन्न मान कति होला? य र छ

(६) र+३ल : र यो घन गुणको आसन्न मान कति होला र ल छ

(७) (१००४)^{२} : (१०००)^{२} को आसन्न मान कति ?

(८) (१२३४)^{३} : (१२३२)^{३} को आसन्न मान कति ?

(९) ६अ^{२}−३०अक+२५क^{२}=० भए अ : क गुणको=निकाल

(१०) य : र=$\frac{३}{४}$ भए $\frac{५य-३र}{२य+र}$=कति ?

(११) $\frac{२य-३र}{५य-६र}=\frac{३}{४}$ भए य : र गुणको=निकाल

(१२) य^{म}−र^{म} : य$^{म+१}$+र$^{म+१}$ यो गुण य$^{म+१}$+र$^{म+१}$: य$^{म+२}$+ र$^{म+२}$

(१३) य^{म}−र^{म} : य^{म}+र^{म} यो गुण य$^{म-१}$र$^{म+१}$: य$^{म+१}$+र$^{म+न}$ यो गुण भन्दा सानो छ भनेर सिद्ध गर.

यो गुण भन्दा ठुलो छ भनेर सिद्ध गर.

(१४) अ २७ वर्षको, र क १७ वर्षको रहेछ अब सबैभन्दा सानो कति वर्षको संख्या पछी तिनीहरूको उमेरहरूको गुण ३ : २ भन्दा कम होला ?

(१५) ७ : ६ यो गुणबाट सबैभन्दा ठुलो कुन राशि दुवै पक्ष घटाउँदा १ : २ यो गुणको समान होला ?

अनुपात.

३३. समान दुइ गुणहरूको समत्व संबन्धलाई अनुपात भन्दछन्.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जस्तै— (१) अ:क र ग:घ यी दुइ गुणहरू समान हुन्छन्, तब अ:क=ग:घ यो समत्व सम्बन्धलाई अनुपात भन्दछन. यसलाई प्राय; अ:क :: ग:घ यस्तो लेख्तछन. अरू जस्तो अ को क उस्तै गको घ पढ्दछन.

३४. अ:क=ग:घ यिनमा अ, क, ग, घ लाई संलग्नपद, अ, घ लाई अन्त्यपद, र क,ग लाई मध्यपद भन्दछन.

३५. अनुपातमा अन्त्यपदहरूको गुणनफल मध्यपदहरूको गुणफलहरूको समान हुन्छ.

जस्तैः— (२) अ:क=ग:घ वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$

छेदगमवाट अघ=कग

यसवाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि अन्त्यपदहरू अ, घ को गुणनफल अ घ मध्यपदहरू क, ग को गुणनफल क ग को समान हुन्छ.

३६. अ:क=ग:घ यो समीकरणमा यो पनी स्पष्ट छ कि अ, क, ग, घ यी चार पदहरूमध्ये कोही तीन पदहरू ज्ञान भए त्यसवाट चौथापदको ज्ञान हुन्छ.

जस्तैः— (३) $अ=\frac{कग}{घ}, क=\frac{अघ}{ग}, ग=\frac{अघ}{क}; घ=\frac{कग}{अ}$

अर्थात दोस्रा र तेस्रा पदहरूको गुणनफललाई पहिला पदले भाग लिंदा जुन लब्धि हुन्छ त्यो चौथापद हुन्छ.

जहाँ अघ=कग यस्तो समीकरण छ, त्यहाँ अनुपात हुन्छः जसमा एक पक्षको दुइ पद मध्यपद हुन्छः अनी दोस्रा पक्षको दुइ पद अन्त्यपद हुन्छ.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जस्तैः— (४) अघ=कग भए.

तब कघले भाग गर्दा $\frac{\text{अघ}}{\text{कघ}} = \frac{\text{कग}}{\text{कघ}}$ वा $\frac{\text{अ}}{\text{क}} = \frac{\text{ग}}{\text{घ}}$

अर्थात् अ : क=ग : घ

यो प्रकारबाट जहाँ $\text{घ} = \frac{\text{कग}}{\text{अ}}$ यस्तो हुन्छ त्यहाँ अ, क, ग अनुपातका तीन पद हुन्छन्; अरू घ चतुर्थ हुन्छ.

३७. जुन दुइ गुणहरूको समत्व छ त्यही अनुपातको ती चार पदहरूको स्थान अर्को रूपमा गुणहरूको साम्य फरक नपारी वदल्दा त्यहाँ अनुपातका पदहरूको स्थानभेद वा रूपभेद अनेक प्रकारको हुन्छ; तैपनी अनुपातको नाश हुदैन.

यो वदल्दा जुन अत्यन्त उपयोगी स्थानभेद वा रूपभेद हुन्छ अनेक प्रकारका हुन्छन्, तिनीरूलाई तल देखाएकोछ.

जस्तैः— (१) अ : क=ग : घ वा $\frac{\text{अ}}{\text{क}} = \frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ भए.

तब $१ \div \frac{\text{अ}}{\text{क}} = १ \div \frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ वा $\frac{\text{क}}{\text{अ}} = \frac{\text{घ}}{\text{ग}}$

अर्थात् क : अ=घ : ग

यसलाई गुणराशिविनियम (Invertendo) भन्दछन्.

जस्तैः— (२) अ : क=ग : घ वा $\frac{\text{अ}}{\text{क}} = \frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ भए.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तब $\frac{अ}{क} \times \frac{क}{ग} = \frac{ग}{घ} \times \frac{क}{ग}$ वा $\frac{अ}{ग} = \frac{क}{घ}$.

अर्थात् अ : ग=क : घ

यसलाई एकान्तरराशिविनियम (Alternando)भन्दछन्.

जस्तैः— (३) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क} = \frac{क}{घ}$ भए.

तब $\frac{अ}{क}+१ = \frac{ग}{घ}+१$ वा $\frac{अ+क}{क} = \frac{ग+घ}{घ}$

अर्थात् अ+क : क=ग+घ : घ

यसालाई समासभावना (Componendo) भन्दछन्.

जस्तै (४) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क} = \frac{ग}{घ}$ भए.

तब $\frac{अ}{क}-१ = \frac{ग}{घ}-१$ वा $\frac{अ-क}{क} = \frac{ग-घ}{घ}$

अर्थात् अ-क : क=ग-घ : घ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यसलाई अन्तरभावना (Dividendo) भन्दछन्.

जस्तैः— (५) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$ भए.

तब ३ बाट $\frac{अ+क}{क}=\frac{ग+घ}{घ}$ ÷ अरू ४ बाट $\frac{अ-क}{क}=\frac{ग-घ}{घ}$

$\therefore \frac{अ+क}{क} \div \frac{अ-क}{क}=\frac{ग+घ}{घ} \div \frac{ग-घ}{घ}$ वा $\frac{अ+क}{अ-क}=\frac{ग-घ}{ग-घ}$

अर्थात् अ+क : अ-क=ग+घ : ग-घ

यसलाई मिश्रभावना (Componendo and Dividendo) भन्दछन्.

जस्तैः— (६) अ : क=ग : घ, वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$ भए.

४ बाट $\frac{अ-क}{क}=\frac{ग+घ}{घ}$ अरू १ बाट $\frac{क}{अ}=\frac{घ}{ग}$

$\therefore \frac{अ-क}{क} \times \frac{क}{अ}=\frac{ग-घ}{घ} \times \frac{घ}{ग}$ वा $\frac{अ-क}{क}=\frac{ग-घ}{घ}$

अर्थात् अ-क : अ=ग-घ : ग

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यसलाई व्यक्तभावना
(Convertendo) भन्दछन्.

जस्तैः— (७) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$

तब $\frac{अ}{क}\times\frac{प}{प}=\frac{ग}{घ}\times\frac{प}{फ}$ वा $\frac{अप}{कप}=\frac{गफ}{घफ}$

अर्थात् अपः कपः= गफः घफ

यसमा प र फ राशि भिन्न वा अभिन्न वा कोही प्रकारको होओस.

जस्तैः— (८) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$ भए.

तब $\frac{अ}{क}\times\frac{प}{फ}=\frac{ग}{घ}\times\frac{प}{फ}$ वा $\frac{अप}{कफ}=\frac{गप}{घफ}$

अर्थात् अपः कफ=गपः घफ

यसमा प र फ भिन्न वा अभिन्न वा कोही प्रकारको होओस.

जस्तैः— (९) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$ भए.

तब $\left(\frac{अ}{क}\right)^म=\left(\frac{ग}{घ}\right)^म$ वा $\frac{अ^म}{क^म}=\frac{ग^म}{घ^म}$

अर्थात् $अ^म : क^म=ग^म : घ^म$

यसमा म राशि भिन्न वा अभिन्न वा कोही प्रकारको होओस.

३८. चार पदहरूको एक अनुपात बन्छ भने सबै समत्व भ-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

एका धेरै अरू अनुपातहरू निकलन्छन्.

जस्तैः— (१) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$ भए.

तब $\frac{अ}{क}\times\frac{म}{म}=\frac{ग}{घ}$ वा $\frac{अम}{कम}=\frac{ग}{घ}$.

अर्थात् अम : कम=ग : घ

जस्तैः— (२) अ : क=ग : घ वा $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}$ भए.

तब $\frac{अ}{क}=\frac{ग}{घ}\times\frac{म}{म}$ वा $\frac{अ}{क}=\frac{गम}{घम}$

अर्थात् अ : क=गम : घम

यस प्रकारले अम : क=गम : घ; अ : कम=ग : घम; $\frac{अ}{म}:\frac{क}{म}$=ग : घ;

अ : $\frac{क}{म}$=ग : $\frac{घ}{म}$ इत्यादि धेरै अनुपातहरू निकलन्छ.

३६. अनुपातका तीन पदहरू ३, ४, ६ ज्ञान भएर चौथा पद निकाल.

किनभने घ=$\frac{कग}{अ}$ हुन्छ भने चौथा पद=$\frac{४\times६}{३}$=८

फेरी अनुपातको ३, ४, ८ ज्ञान भएर तृतीय पद निकाल

किनभने ग=$\frac{अघ}{क}$ हुन्छ भने तृतीय पद=$\frac{३\times८}{४}$=६

फेरी अनुपातको ३, ६, ८ ज्ञान भएर द्वितीय पद निकाल

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

किनभने क=$\frac{\text{अघ}}{\text{ग}}$ हुन्छ भने द्वितीय पद=$\frac{३\times८}{६}$=४

फेरी अनुपातको ४, ६, ८ ज्ञान भएर प्रथम पद निकाल

किनभने अ=$\frac{\text{कग}}{\text{घ}}$ हुन्छ भने प्रथम पद=$\frac{४\times६}{८}$=३

४०. रेखागणितको ५ अध्यायमा पाचौं परिभाषामा अनुपातको लक्षणबाट सबै समत्व भएको घेरै अरू २ रूपको अनुपात निकलन्छ त्यो यो हो.

जस्तैः— (१) अ : क=ग : घ अरू ग : घ=च : छ यी दुइ अनुपात छन्.

तब $\frac{\text{अ}}{\text{क}}=\frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ अरू $\frac{\text{ग}}{\text{घ}}=\frac{\text{च}}{\text{छ}}$

$\therefore \frac{\text{अ}}{\text{क}}=\frac{\text{च}}{\text{छ}}$ अर्थात् अ : क=च : छ

(२) अ : क=ग : घ अरू च ; क=छ : घ भए.

तब $\frac{\text{अ}}{\text{क}}=\frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ अरू $\frac{\text{च}}{\text{क}}=\frac{\text{छ}}{\text{घ}}$

$\therefore \frac{\text{अ+च}}{\text{क}}=\frac{\text{ग+छ}}{\text{घ}}$ अर्थात् अ+च : क=ग+छ : घ

(३) अ : क=ग : घ अरू च ; छ=छ : घ भए.

तब $\frac{\text{अ}}{\text{क}}=\frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ अरू $\frac{\text{च}}{\text{क}}=\frac{\text{छ}}{\text{घ}}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$\therefore \frac{अ-च}{क} = \frac{ग-छ}{घ}$ अर्थात् अ-च : क=ग-छ : घ

(४) अ : क=ग : घ=च : छ= ... ... इत्यादि भए.

तब $\frac{अ}{क} = \frac{ग}{घ} = \frac{च}{छ}$ = ... इत्यादि

फेरी $\frac{अ}{क} = \frac{अ}{क}, \frac{अ}{क} = \frac{ग}{घ}, \frac{अ}{क} = \frac{च}{छ}$ ... ... इत्यादि

∴ अक=अक, अघ=कग, अछ=कच ... ... इत्यादि

∴ अक+अघ+अछ+इत्यादि=अक+कग+कच+इत्यादि

वा अ(क+घ+छ+इत्यादि)=क(अ+ग+च+इत्यादि)

अर्थात् जस्तो पूर्वपदको त्यसको उत्तरपद त्यस्तै सब पूर्वपदहरूको योगको सबै उत्तरपदहरूको योग.

(५) अ : क=ग : घ अरू च : क=ग : छ भए.

तब $\frac{अ}{क} = \frac{ग}{घ}$ अरू $\frac{च}{क} = \frac{ग}{छ}$

$\therefore \frac{अ}{क} \div \frac{च}{क} = \frac{ग}{घ} \div \frac{ग}{छ}$ वा $\frac{अ}{च} = \frac{छ}{घ}$

अर्थात् अ : च=छ : घ

(६) अ : क=ग : घ अरू अ´ : क´=ग´ : घ´

तब $\frac{अ}{क} = \frac{ग}{घ}$ अरू $\frac{अ´}{क´} = \frac{ग´}{घ´}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$\therefore \frac{अ}{क} \times \frac{अ}{क} = \frac{ग}{घ} \times \frac{ग}{घ}$ अर्थात् अअ : कक = गग : घघ

इत्यादि अनुपातका अनेक धर्मछन्. यिनीहरूमा जो माथि देखापकोछ त्यो धेरै उपयोगी छ.

४१. जुन पदहरूमा हरेक पदको निमित्त त्यसका उत्तरपदको त्यही गुणछ तिनी पदहरूलाई निरन्तर अनुपातका भन्दछन्. तिनीहरूको केही धर्म यो हो.

जस्तैः— (१) अ, क, ग यी तीन् पदहरू निरन्तर अनुपातका भए.

अर्थात् अ : क = क : ग वा $\frac{अ}{क} = \frac{क}{ग}$ भए.

तब $\frac{अ}{क} \times कग = \frac{क}{ग} \times कग$

$\therefore अग = क^२$

अर्थात् जुन तीन पदहरू निरन्तर अनुपातका भए तिनीहरूमा पहिला र तेस्रा पदहरूको गुणनफल मध्यपदको समान हुन्छ.

(२) अ, क, ग यी तीन पदहरू निरन्तर अनुपातका भए.

अर्थात् अ : क = क : ग वा $\frac{अ}{क} = \frac{क}{ग}$ भए'

तब $\frac{अ}{क} \times \frac{क}{ग} = \frac{क}{ग} \times \frac{क}{ग}$ वा $\frac{अ}{ग} = \frac{क^२}{ग^२}$

अर्थात् जुन तीन पदहरू निरन्तर अनुपातका भए तिनीहरूमा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जस्तो पहिलाको तेस्रा त्यस्तै दोस्राको वर्गको तेस्राको वर्ग.

(३) अ, क, ग यी तीन पदहरू निरन्तर अनुपातको भए.

अर्थात् अ : क = क : ग वा $\frac{अ}{क} = \frac{क}{ग}$ भए.

तब $\frac{क^२}{ग^२} = \frac{अ^२}{क^२} \therefore \frac{अ}{ग}\left(\frac{क^२}{ग^२}\right) = \frac{अ^२}{क^२}$

अर्थात् जुन तीन पदहरू निरन्तर अनुपातका भए तिनीहरूमा जस्तो पहिलाको तेस्रा त्यस्तै पहिलाको वर्गको दोस्राको वर्ग.

(४) अ, क, ग, घ यी चार पदहरू निरन्तर अनुपातका भए.

अर्थात् अ : क = क : ग = ग : घ वा $\frac{अ}{क} = \frac{क}{ग} = \frac{ग}{घ}$ भए.

तब $\frac{अ}{क} \times \frac{क}{ग} \times \frac{ग}{घ} = \frac{अ}{क} \times \frac{अ}{क} \times \frac{अ}{क} = \frac{अ}{घ} = \frac{अ^३}{क^३}$

अर्थात् जुन चार पदहरू निरन्तर अनुपातका भए तिनीहरूमा जस्तो पहिलाको अन्तिम त्यस्तै पहिलाको घनको दोस्राको घन.

(५) अ, क, ... न यी प संख्यात्मक पद निरन्तर अनुपातका भए.

अ : न = $अ^{प-१} : क^{प-१}$ सिद्ध हुन्छ.

४२. तीन पदहरूको अनुपातका सम्बन्धविशेषबाट संज्ञाविशेष गरेर त्यसबाट सिद्ध भएको यो हो.

जस्तैः— (१) अ, क, ग यिनी तीन पदहरूमा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जब अ : अ=अ-क : क-ग तब पद तुल्योत्तर प्रमाणको हो.

जब अ : क=अ-क : क-ग तब पद गुणोत्तर प्रमाणको हो.

जब अ : ग=अ-क : क-ग तब पद व्यस्तोत्तर प्रमाणको हो.

अर्थात् तीन पदहरूमा जस्तो पहिला राशिको पहिला वा दोस्रा वा तेस्रा, त्यस्तै पहिला र दोस्राको अन्तरको दोस्रा र तेस्राको अन्तर यो अनुपात घट्तछ. यिनी तीन पदहरूलाई क्रमसंग तुल्योत्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर प्रमाणको भन्दछन्.

(२) अ : अ=अ-क : क-ग भए.

७६ वाट अ(अ-क)=अ(क-ग) वा अ-क=क-ग

अर्थात् जुन तीन पदहरू तुल्योत्तर प्रमाणका भए तिनीहरूमा पहिला र दोस्रा पदको अन्तर दोस्रा र तेस्राको अन्तरको समान हुन्छ.

(३) अ : क=अ-क : क-ग भए.

क(अ-क)=अ(क-ग) वा अक-क^{२}=अक-अग

अग=क^{२} वा अ : क=क : ग

अर्थात् जुन तीन पदहरू गुणोत्तर प्रमाणका भए तिनीहरूमा पहिला र तेस्राको गुणनफल नी तीन पदहरू निरन्तर अनुपातका भए मध्यको वर्गको समान हुन्छ.

(४) अ : ग=अ-क : क-ग भए.

ग (अ-क)=अ(क-ग) वा अग-कग=अक-अग

अर्थात् जुन तीन पदहरू व्यस्तोत्तर प्रमाणका भए तिनीहरूमा समांश गर्दा छेदहरूमा पहिला र दोस्राको अन्तर दोस्रा र तेस्राको अन्तरको समान हुन्छ.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(५) अ र क मान, कि यी दुइ आद्यन्त पदको ज्ञान छ, अरू य तिनीहरूको तुल्योत्तरमध्य जान्नू छ तब अ, य, क यी तीन पदहरू तुल्योत्तर प्रमाणका होलान्.

तब य-अ=क-य

∴ य=½(अ+क) यो तुल्योत्तरमध्य हो.

फेरी जब र तिनीहरूको गुणोत्तरमध्य जान्नू छ, तब अ र क यी गुणोत्तर प्रमाणका होलान्.

तब $र^२$=अक

∴ र=$\sqrt{अक}$ यो गुणोत्तरमध्य हो.

फेरी जब ल तिनीहरूको व्यस्तोत्तरमध्यम जान्नू छ तब अ र क यी व्यस्तोत्तर प्रमाणका होलान्.

तब अ : क=अ-ल : ल-क

∴ अ(ल-क)=क(अ-ल) वा अल-कल=अक-कल

∴ ल=$\frac{२अक}{अ+क}$ यो व्यस्तोत्तरमध्य हो.

यसअर्थ अ र क यिनीहरूको ½(अ+क) तुल्योत्तरमध्य, $\sqrt{अक}$ गुणोत्तरमध्य, र $\frac{२अक}{अ+क}$ व्यस्तोत्तरमध्य हुन् अर्थात जुन तीन पदहरू तुल्योत्तर वा गुणोत्तर वा व्यस्तोत्तर प्रमाणका भए तिनीहरूको मध्य पदलाई क्रमसंग आद्यन्त पदहरूको तुल्योत्तरमध्य वा गुणोत्तरमध्य वा व्यस्तोत्तरमध्य भन्दछन्.

(६) ½(अ+क)×$\frac{२अक}{अ+क}$=अ क भए वा य×ल=$र^२$ भए.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तब य : र=र : ल

अर्थात् य, र, ल यी तीन मध्य क्रमैसंग निरन्तर अनुपातका हुन्छन्.

फेरी अ+क यो योग २$\sqrt{\text{अक}}$ भन्दा ठुलो हुन्छ.

तब $\frac{१}{२}$(अ+क) >$\sqrt{\text{अक}}$

$\therefore \sqrt{\text{अक}} > \frac{२\text{अक}}{\text{अ+क}}$

अर्थात् यी तीनै मध्यहरू साना हुन्छन्.

३ उदाहरण.

अनुपातका चौथा पद निकाल

(१) ६, ८, ९ (२) १५, १२, १०

(३) $\frac{३}{४}, \frac{४}{५}, \frac{५}{६}$ (४) २अ, ३क, ४ग

अनुपातका निरन्तर तीन पदहरूमध्ये तेस्रा पद निकल

(५) ८, १२ (६) ९, १२ (७) $\frac{३}{४}, \frac{४}{५}$ (८) अ−क, अ+क

(९) अ : क=य : र अरू य : र=म : न भए सिद्ध गर कि अ : क= म : न

(१०) अ : क=ग : घ अरू य : क=र : घ भए सिद्ध गर कि अ+य : क =ग+र : घ

(११) अ : क=ग : घ अरू म : क=न : घ भए सिद्ध गर कि अ−म : क =ग−न : घ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(१२) अ : क=ग : घ अरू य : क=ग : र भए सिद्ध गर कि अ : य =र : घ

(१३) २अ, ३क, ४ग यी तीन पदहरू निरन्तर अनुपातका भए सिद्ध गर कि ८अग=६क^{२}

(१४) २अ, ३क, ४ग यी तीन पदहरू निरन्तर अनुपातका भए सिद्ध गर कि २अ : ४ग=६क^{२} : १६ग^{२}

(१५) अ, २य, ३र, ४ल यी चार पदहरू निरन्तर अनुपातका भए सिद्ध गर कि ग^{३} : ४ल=अ^{३} : ८य^{३}

(१६) य : य=य−२र : २र−३ल भए सिद्ध गर कि य−२र=२र−३ल

(१७) य : २र=य−२र : २र−३ल भए सिद्ध गर कि य : २र=२र : ३ल

चलन (Variation)

४३. एक राशि एक वा अधिक अरू राशिहरूसंग परस्पर संवद्ध रहन्छ त्यसको मान सबै अचल रहे त्यो एक राशिको मान ती एक वा अधिक अरू राशिहरूको मानको अधीन रहन्छ. अरू जतिर तिनीहरू एक वा अधिक राशिहरूको मान वदलिन्छ उतिर त्यो अधिन राशिको मान वदलिन्छ, त्यो वदलिनेलाई चलन भन्दछन.

४४. जुन राशिको मान चल हुन्छ तिनीहरूको द्योतक आ, का, गा इत्यादि र जुन अचल राशि एक वा अधिक अरू राशिहरूसंग परस्पर संवद्ध रहन्छन, त्यसको द्योतक त कल्पना गरदछन, अरू ∝ यो चलनको चिह्न हो.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

४५. चलन दुइ प्रकारकोछ :—एक अनुलोमचलन र अर्को लोम चलन.

(१) कोही राशिको मान अधिक वा न्यून हुँदा त्यसको अधीन राशिको मान अधिक वा न्यून हुन्छ, त्यो अनुलोमचलन हो.

जस्तैः— (१) एक पैसाको यति दाना अम्वा पाइन्छ भने यति पैसाको कति दाना पाइएला ? यो प्रश्नमा एक पैसाको अम्वाको दानाको संख्या अचल छ यसर्थ त्यसको द्योतक त, र इच्छा र इच्छाफलका द्योतकहरू क्रमसंग आ र का कल्पना गर्दा यो समीकरण होला.

का=त आ

यसमा स्पष्ट छ कि जतिर आ को संख्या अधिक वा न्यून होला उतिर का को पनी अधिक वा न्यून होला; यसर्थ यो अनुलोमचलन हो, यसलाई का ∝ आ यस्तो लेख्तछन; अरू देखिन्छ कि जस्तो आ को मान बदलिन्छ त्यस्तै त्यसको अनुलोम का को मान बदलिन्छ.

(२) एक राशिको मान अधिक वा न्यून हुदा त्यसको अधीनको मान अधिक वा न्यून हुन्छ, त्यो विलोमचलन हो.

जस्तैः— (२) यति दाना अम्वा एक पैसाको पाइन्छ भने यति पैसाको कति दाना अम्वा पाइएला ? यो प्रश्नमा पनी प्रमाणफल, इच्छा र इच्छाफलको द्योतक क्रमसंग त, आ, का, कल्पना गर्दा यो समीकरण होला.

$$का=\frac{त}{आ}$$

यसमा स्पष्ट छ कि जतिर आ को संख्या अधिक वा न्यून

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

होला उतिर का को संख्या अधिक वा न्यून होला, यसर्थ यो विलोमचलन हो, यसलाई का $\propto \frac{१}{आ}$ यस्तो लेख्तछन्. अरू देखिन्छ कि जस्तो आको मान बदलिन्छ त्यस्तै विलोम का को मान बदलिन्छ.

४६. अब स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि यो चलन अनुपातको अनुलोमत्व वा विलोमत्वको ज्ञापक हो. यसबाट दुइ वा अधिक अनुपातहरूले बनेको पनी अनुलोमत्व वा विलोमत्व लेखिन्छ.

जस्तैः— (१) ग मनुष्य क दिनमा अ रुपैआ ज्याला पाउँछ भने गा मनुष्य का दिनमा कति रुपैआ ज्याला पाउला ? यो प्रश्नमा इच्छाफल आ कल्पना गर्दा यो समीकरण होला.

$$आ=\frac{अ.कागा}{कग} \text{ वा } आ=\frac{अ}{कग}\times कागा$$

यसमा अ, क, ग अचल छन् तब त$=\frac{अ}{कग}$ होला अरू यसर्थ आ=त कागा अरू का र गा यिनीहरू दुवैको अधिक र न्यूनको अनुसार आ को अधिक र न्यून होला, यसलाई आ $\propto$ कागा यस्तो लेख्तछन्, अरू देखिन्छ कि जस्तो का र गा दुवैको मान बदलिन्छ त्यस्तै विलोम आ को मान बदलिन्छ.

जस्तैः— (२) ग मनुष्य क दिनमा अ रुपैआ ज्याला पाउँछ भने गा मनुष्य का रुपैआ ज्याला कति दिनमा पाउला ? यो प्रश्नमा इच्छाफल आ कल्पना गर्दा यो समीकरण होला.

$$आ=\frac{अगका}{कगा}, \text{ वा } आ=\frac{अग}{क}\cdot\frac{का}{गा}$$

यसमा आ को अनुलोम बदलिन्छ तर गा को विलोम बदलि-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MoE

न्छ, यसर्थ यसलाई आ $\propto \frac{\text{का}}{\text{गा}}$ यस्तो लेख्तछन्.

४७. चलनको जुन फल उत्पन्न हुन्छ, त्यो तल लेखी देखाएको छ.

(१) आ $\propto$ का, र का $\propto$ गा भए आ $\propto$ गा

आ=तका, का=दगा कल्पना गर्दा आ=तदगा अरू $\therefore$ आ $\propto$ गा

अरू आ $\propto$ का, र का $\propto \frac{१}{\text{गा}}$ भए आ $\propto \frac{१}{\text{गा}}$

आ=तका, का=$\frac{\text{द}}{\text{गा}}$ कल्पना गर्दा आ=$\frac{\text{त}}{\text{दगा}}$ अरू $\therefore$ आ $\propto \frac{१}{\text{गा}}$

(२) आ $\propto$ का, का $\propto$ गा भए आ $\pm$ का $\propto$ गा, र $\sqrt{\text{आका}} \propto$ गा

आ = तगा, का = दगा कल्पना गर्दा आ $\pm$ का = तगा $\pm$ दगा

अरू $\therefore$ आ $\pm$ का $\propto$ गा

अरू $\sqrt{\text{आका}}=\sqrt{(\text{तगा}\times\text{दगा})}=\sqrt{(\text{तदगा}^{२})}=\sqrt{\text{तद}}$गा

अरू $\therefore$ $\sqrt{\text{आका}} \propto$ गा

(३) आ $\propto$ कागा भए का $\propto \frac{\text{आ}}{\text{गा}}$, र गा $\propto \frac{\text{आ}}{\text{का}}$

आ=त कागा कल्पना गर्दा का $= \frac{१}{\text{त}} \cdot \frac{\text{आ}}{\text{गा}}$ वा का $\propto \frac{\text{आ}}{\text{गा}}$

अरू $\therefore$ गा $\propto \frac{\text{आ}}{\text{का}}$

(४) आ $\propto$ का, र गा $\propto$ घा भए आगा $\propto$ काघा

आ=त का, गा=द घा कल्पना गर्दा आगा=तद काघा वा आगा $\propto$ काघा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(५) आ ∝ का भए आ^{म} ∝ का^{म}

(६) आ ∝ का, र प अर्कों कोही पद भए आ प ∝ का प र,

$\frac{\text{आ}}{\text{प}} \propto \frac{\text{का}}{\text{प}}$

४८. गुण अनुपात चलन यिनीहरूको व्याप्ति देखाउना निमित्त केही उदाहरण क्रियासहित देखाएको छ.

(१) त्यो संख्या कुन हो जसलाई २ : ५ यो गुणको दुवै पदहरूमा जोड्दा त्यसको मान $\frac{३}{४}$ हुन्छ ?

यहाँ त्यो संख्या=य

तब २+य : ५+य=$\frac{३}{४}$ वा $\frac{२+य}{५+य}=\frac{३}{४}$

समक्रिया गर्दा य=४ भयो.

(२) एक गुणाका दुइ पदहरू कुन हुनन् कि तिनीहरू दुवै पदहरूमा १ जोड्दा त्यसको मान $\frac{१}{२}$ र ती दुवै पदहरूमा ३ घटाउँदा त्यसको मान $\frac{१}{३}$ हुन्छ ?

यहाँ त्यो गुण=य : र

तब $\frac{य+१}{र+१}=\frac{१}{२}$ अरू $\frac{य-३}{र-३}=\frac{१}{३}$

समक्रिया गर्दा य=७ र र=१५ भयो.

∴ ७ : १५ यो गुणको दुइ पदहरू भए.

(३) २ : ३ यो गुणको दुइ पदहरू कुन हुन कि तिनीहरूमा क्रमैसंग ३ : ४ यो गुणका दुइ पदहरू जोड्दा योग ५ : ७ यो गुणको हुन्छ; अरू तीनका योगहरूको योग २४ हुन्छ ?

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDP

यहाँ पहिला गुणका दुइ संख्याहरू=२य, ३र अरू दोस्रा गुणका दुइ संख्याहरू=३य, ४र

तब २य+३र : ३य+४र=५ : ७ वा $\frac{२य+३र}{३य+४र}=\frac{५}{७}$

समक्रिया गर्दा य=र

अरू ती योगहरूको योग ५य+७र=२४

तब उत्थापनबाट ५र+७र=२४

∴ र=२, य=२

यसर्थ पहिलाको दुइ संख्या=४र=८
दोस्राको दुइ संख्या =६र=८ } भयो.

(४) १४ यो संख्याको यस्तो दुइ भाग गर कि ती भागहरूको वर्ग १६ : ९ यो गुणको होओस् ?

यहाँ दुइ भागहरू=य, र

तब $य^२ : र^२=१६ : ९$

वर्गमूल लिंदा य : र=४ : ३

∴ ३य=४र

तर प्रश्नालापबाट य+र=१४

समक्रिया गर्दा य=८ र र=६

∴ ८र६ यी दुइ भागहरू भए.

(५) $य \propto र$, $र \propto य^२$ को योग=र भए जब य=१ तब र=१ अरू जब य=२ तब र=३ हुन्छ भने य, र र यिनीहरूमा परस्पर के संबन्ध छ त्यो भन.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

र=त+द भए त ∝ य अरू द ∝ य^{२}

अरू त=मय, द=नय^{२} भए र=मय+नय^{३}

र=१, य=१ उत्थापन गर्दा १=म+न ... ... (१)
फेरी य=२, र=३ उत्थापन गर्दा ३=२म+४न ... (२)

समक्रिया गर्दा न=$\frac{१}{३}$, म=$\frac{२}{३}$

यसर्थ र=$\frac{२}{३}$ य+$\frac{१}{३}$य^{२} भयो.

(६) तुल्योत्तरप्रमाणका ती तीन संख्याहरू कुन२ हुनकि-तिनीहरूको योग ३६ हुन्छ, अरू तिनीहरूमा पहिला र दोस्राको योगको दोस्रा र तेस्राको योग यी गुण ५ : ८ हुन्छ.

यहाँ तीन संख्याहरू=य-र, य, य+र

तब ३य=३६ वा य=१२

प्रश्नालापबाट २य-र : २य+र=५ : ८

मिश्रभावनाबाट ४य : २र=१२ : ३

∴ १२य=२६ र=१५६ अरू र=$\frac{६}{५}$

∴ ७, १२, १६ यी संख्याहरू भए.

(७) ती दुइ संख्या कुन२ हून् कि तिनीहरूको तुल्योत्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर मध्यहरूको योग ४६ र मध्यहरूका वर्गहरू-को यो ६३१ हुन्छ.

यहाँ तुल्योत्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर=यर^{३}, यर, य

प्रश्नबाट यर^{३}+यर+य=४६ ... ... (१)

अरू य^{३}र^{४}+य^{३}र^{३}+य^{३}=६३१ ... ... (२)

(२) लाई (१) भाग गर्दा यर^{३}-यर+य=१६ ... ... (३)

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MoE

तब (१) र (३) यिनीहरूको योगको आधा र अन्तरबाट यी दुइ समीकरण वन्दछन्.

$$\left.\begin{array}{l} यर^२+य=३४ \\ २यर=३० \end{array}\right\}$$

फेरी यिनीहरूको योग र अन्तरको वर्गमूल गर्दा.

$$\left.\begin{array}{l} र\sqrt{य}+\sqrt{य}=८ \\ र\sqrt{य}-\sqrt{य}=२ \end{array}\right\}$$

तब समक्रिया गर्दा $र\sqrt{य}=५$. $\therefore \sqrt{य}=३$

$\therefore य=९, र=\frac{५}{३}$

यसर्थ तुल्योत्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर मध्यहरू=२५, १५, ९ भयो.

फेरी तिनीहरू दुइ संख्याहरू=अ, क

तब $\frac{१}{२}(अ+क)=२५$

$$\sqrt{अक}=१५$$

समक्रियाबाट अ=४५, क=५ यी दुइ संख्याहरू भए.

४ उदाहरण.

(१) अ ∝ क भए अरू जब क=३ तब अ=४ भए जब क=५ तबअ=कति होला ?

(२) १०५ यो संख्या को यस्तो दुइ भाग गर कि पहिला भाग-मा १० जोड्दा र दोस्रा भागबाट पनी १० घटाउँदा तिनीहरू ३ : ४ यो गुणको होला ?

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(३) अ ∝ क^{२}ग, अरू अ=१ , क=२, ग=३ भए अ को क र ग संग संवन्ध के छ?

(४) त्यो संख्या कुन हो जसलाई २, ४, ७ मा क्रमैसंग जोड्दा योग निरन्तर अनुपातका होलान् ?

(५) आ : अ=का : क=गा : ग= ... ... भए सिद्ध गर कि (आअ+काक+गाग+ ... ... इत्यादि)^{२}=(आ^{२}+ का^{२}+गा^{२}+ ... ...)(अ^{२}+क^{२}+ग^{२}+... ... ...)?

(६) २४ को यस्तो दुइ भाग गर कि तिनीहरूमा सानो संख्याले ठुलो संख्यालाई र ठुलो संख्याले सानो संख्यालाई भाग गर्दा लब्धिहरू २५ : ६ यो गुणको होला ?

(७) १० र ६० यी दुइ आद्यन्तराशिहरू ज्ञात भए तुल्योत्तरमध्य, गुणोत्तरमध्य, व्यस्तोत्तरमध्य कुन२ होलान् ?

(८) य^{३}र, यर^{३} यी दुइ आद्यन्तपदहरू ज्ञात भए तुल्योत्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर मध्यहरू निकाल ?

(९) त्यो संख्या कुन हो जसलाई ७ : १३ यिनीहरू दुवै पदहरूमा जोड्दा त्यसको मान ३ : ४ होला ?

(१०) एकगुणको दुइपदहरू कुन हुनन् कि तिनीहरू दुवै पदहरूमा १ जोड्दा त्यसको मान २ : ३ र २ घटाउँदा त्यसको मान १ : २ होला?

(११) ३ : ४ यो गुणको दुइ पदहरू कुन२ हुन कि तिनीहरूमा ५ : २ यो गुणको दुइ पदहरू क्रमैसंगजोड्दा ४ : ३ यो गुण हुन्छ अरू तिनीहरूको योगहरूको योग ४२ हुन्छ?

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MoE-IKS

(१२) ५० यो संख्याको यस्तो दुइ भाग गर कि ती भागहरूको वर्ग ४:६ यो गुणको होओस् ?

(१३) तुल्योत्तर प्रमाणको ती तीन संख्याहरू कुन२ हुनन् कि तिनीहरूको योग २१ हुन्छ अरू तिनीहरूमा पहिला र दोस्राको योगको दोस्रा र तेस्राको योग गुण यो ५:६ होला ?

(१४) तुल्योत्तर प्रमाणको ती तीन संख्याहरू कुन् हुनन कि तिनीहरूको योग १२ अरू तिनीहरूको वर्गको योग ५० हुन्छ ?

(१५) तुल्योत्तर प्रमाणको ती तीन संख्याहरू कुन हुनन् कि तिनीहरूको योग ६ अरू ती तीन संख्याहरूको घनको योग ६६ हुन्छ ?

(१६) दुइ राशिहरूको जम्माको=र भए जब य=१ तब र=१, जब य=२ तब र=५ भए र य को के संबन्ध होला कि जसमा एक ∝ य अरू अर्को ∝ य^{२} ?

(१७) तुल्योत्तर प्रमाणको तीन संख्याहरू कुन२ हुनन् कि तिनीहरूको योग ६ अरू तिनीहरूको चतुर्घातको योग ६८ हुन्छ ?

(१८) तुल्योत्तर प्रमाणको तीन संख्याहरू कुन२ हुनन् कि तिनीहरूको योग ६ अरू तिनीहरूको पंचघातको योग ३३६६ हुन्छ ?

(१९) तिनीहरू दुइ संख्याहरू कुन२ हुन् कि तिनीहरूको तुल्योत्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर, मध्यहरूको योग १२२ र मध्यहरूको वर्गहरूको योग ५१२४ हुन्छ ?

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(२०) तिनीहरू दुइ संख्या कुनर हुन् कि तिनीहरूको तुल्योत्तर-मध्य भन्दा गुणोत्तरमध्य ३० कम छ अरू गुणोत्तरमध्य भन्दा व्यस्तोत्तरमध्य १८ कम छ ?

(२१) एक मनुष्यले केही सेर दूध र केही सेर पानी मिसायो त्यो मिश्रित दूधमा ४ सेर दूध फेरी मिसाए त्यसमा हर ५सेर दूध पीछे २ सेर पानी हुने थियो तर ४ सेर पानी फेरी मिसाए त्यसमा हर ६ सेर दूध पिछे ५ सेर पानी हुने थियो भने त्यसले पहिला कति सेर दूध कति सेर पानी मिसाएको रहेछ ?

(२२) एक दाताले तीन याचकहरूलाई गुणोत्तर प्रमाणमा २८ पैसा बाडीदियो तिनीहरूमा पहिला भन्दा तेस्रालाई १२ पैसा अधिक पाएछ भने प्रत्येकले कति पाए ?

(२३) तुल्योत्तर प्रमाणको तीन अंकहरूको एक संख्या छ जुन संख्यालाई ती अंकहरूको योगले भाग गर्दा २६ लब्धि हुन्छ अरू त्यसमा १६८ जोड्दा त्यो संख्याको स्थिति बदलिन्छ भने त्यो संख्या निकाल ?

(२४) अ र क यी दुई मनुष्यहरू केही मिल अन्तरमा थिए त्यहाबाट एकै बाटोमा एकै कालमा एकै दिशामा हिड्दा पछी भएको अले कलाई ११ घंटामा भेट्छ तर तिनीहरू दुवै परस्पर संमुख हीडेको भए ३ घंटामा भेट हुने थियो भने तिनीहरूको हिडाईको चाल कुन गुणाको थियो?

(२५) अ र क यी दुई मित्रहरूसंग केही रुपैञा थियो तब कसंग जति रुपैञा थियो उति रुपैञा अले कलाई दियो, फे-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

'री असंग जति रुपैञा बाकी थियो उति रुपैञा कले अलाई दियो यस प्रकारको एक वारको लेनदेनमा दुवै संग समान रुपैञा भयो भने तिनीहरू दुवैको रुपैञा के गुणको थियो ?

श्रेढीफल.

४९. जुन उत्तरोत्त पदहरू क्रमैसंग एक वा अधिक, अथावा द्विगुण त्रिगुण इत्यादि, अथवा भागोत्तर भएर बढ्दै गएको श्रेढीहरूको गणित गर्ने क्रियालाई श्रेढीफल भन्दछन्.

५०. श्रेढीहरू तीन प्रकारका हुन्छन् तुल्योत्तर श्रेढी, गुणोत्तर श्रेढी, व्यस्तोत्तर श्रेढी.

५१. जुन श्रेढीहरूमा उत्तरोत्तर पदहरू क्रमैसंग समान एक वा अधिक आदिको पदभन्दा बढ्दै जान्छ त्यसलाई तुल्योत्तर श्रेढी, उत्तरोत्त पदहरू क्रमैसंग द्विगुण त्रिगुण इत्यादि समान गुण आदिको पदको बढदै जान्छ त्यसलाई गुणोत्तर श्रेढी, उत्तरोत्त पदहरू क्रमैसंग आदिको भागोत्तर भएर बढदै जान्छ त्यसलाई व्यस्तोत्तर श्रेढी भन्दछन्.

तुल्योत्तर श्रेढी.

५२. पहिलोको पदलाई आदि वा मुख, अरू जति बढदै जान्छ त्यसलाई चय वा उत्तर, अरू जतिसम्मको पदको संख्या छ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उनिसम्मको संख्यालाई गच्छ वा पद, अरू यिनीहरूको योगलाई सर्वधन वा गणित, अरू आखिरको पदलाई अन्त्यपद भन्दछन्.

जस्तैः— (१) ४, ६, १४, १६ ... ... इत्यादि

१०, ३, −४, −११ ... ... इत्यादि

अ, अ+क, अ+२क, अ+३क ... इत्यादि

यहाँ उत्तरोत्तर पदहरूको क्रमैसंग अन्तर गर्दा चयको ज्ञान हुन्छ यसर्थ चय= पहिलामा ४, दोस्रामा −७, तेस्रामा क भयो.

फेरी क्रमैसंग उत्तरोत्तर पदहरू लेख्दा

पहिलो पद=अ

दोस्रो पद=अ+क

तेस्रो पद=अ+२क

चौथो पद=अ+३क

य सम्मको पद=अ+(य−१)क

यसबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि क को द्योतक संख्या गच्छको संख्या भन्दा एक कम हुन्छ.

यसर्थ गच्छको संख्या=न, अरू अन्त्यपद=म कल्पना गर्दा म= अ+(न−१)क हुन्छ.

४३. तुल्योत्तर श्रेढीमा जतिसम्मको गच्छको सख्या छ उतिसम्मको पदहरूको सर्वधन ल्याउँदा.

आदि=अ, चय=क, गच्छ=न, अन्त्यपद=म, अरू सर्वधन=य भए तब

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

य=अ−(अ+क)+(अ+२क)+… … … +(म−२क+(म−क)+म

उल्टाएर लेख्दा.

य=म+(म−क)+(म−२क)+… … …+(अ+२क)+(अ+क)+अ

यिनीहरू दुवै जोड्दा.

२य=(अ+म)+(अ+म)(अ+म)… … … गच्छको संख्या नसम्म
=न(अ+म)

∴ य=$\frac{न}{२}$(अ+म) … … … … … (१)

अरू म=अ+(न−१)क … … … … (२)

∴ य=$\frac{न}{२}${ २अ+(न−१)क } … … … (३)

यसबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि तीन उपयोगी सिद्धान्तहरू हुने रहेछन्, यिनीहरूमध्ये प्रत्येकमा अक्षरहरूमध्ये एक अक्षरले अव्यक्त संख्याको ज्ञान गराउँछ अरू तीन अक्षरले व्यक्त संख्याको ज्ञान गराउँछ.

५४. तुल्योत्तर श्रेढीमा आदि, चय, गच्छको संख्या दिएर अन्त्यपद ल्याउँदा.

जस्तैः— (१) ३१, २६, २७, … … … गच्छको संख्या ३३, र१७ सम्मको.

यहाँ आदि=३१, अरू चय=−२ छ

∴ गच्छको संख्या ३३ सम्मको=३०+३२(−२)=−३३
अरू गच्छको संख्या १७ सम्मको=३१+१६(−२)=−१ } भयो.

जस्तैः— (२) ५$\frac{१}{३}$, ६$\frac{२}{३}$, ८, … … … गच्छको संख्या २७ सम्मको सर्वधन ल्याउँदा.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यहाँ आदि=$५\frac{१}{३}$, अरू चय=$१\frac{१}{३}$क तब

$$\frac{२७}{२}\{ २\times\frac{१६}{३}+२६\times१\frac{१}{३} \}$$

$$=\frac{२७}{२}(\frac{३२}{३}+\frac{१०४}{३})$$

$$=\frac{२७}{२}\times\frac{१३६}{३}=६१२$$ भयो.

जस्तैः— (३) आदि=७, अन्त्यपद=४०, अरू सर्वधन =२८२ भए चय र गच्छको संख्या=कति ?

यहाँ गच्छको संख्या=न कल्पना गर्दा

$$\therefore २८२=\frac{न}{२}(७+४०)$$

न=१२ भयो.

फेरी चय=क कल्पना गर्दा

४०=गच्छको संख्या १२

=७+११क, वा क=३ भयो.

५ उदाहरण.

(१) ४, ७, १० ⋯ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या २४, र ३८ सम्मको पदहरू निकाल.

(२) ८२, ७६, ७६ ⋯ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या २१, र ४८ सम्मको पदहरू निकाल.

(३) १३, १४$\frac{१}{३}$, १५$\frac{२}{३}$ ⋯ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या १२ र १८ सम्मको पदहरू निकाल.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(४) –७, –५, –३ ··· ··· ··· गच्छको संख्या १६ र २२ सम्मको पदहरू निकाल.

(५) –३, ३.५, १० ··· ··· ··· गच्छको संख्या १८ र २३ सम्मको पदहरू निकाल.

(६) –३.६. ०, ३.६ ··· ··· ··· गच्छको संख्या २८ र ३२ सम्मको पदहरू निकाल.

(७) १५$\frac{3}{5}$, ११, ६$\frac{2}{5}$ ··· ··· ··· गच्छको संख्या ८० सम्मको पद निकाल.

(८) अ, २अ, ३अ ··· ··· ··· गच्छको संख्या १६ सम्मको पद निकाल.

(९) अ–क, अ+२क, अ+५क ··· ··· ··· गच्छको संख्या २४ सम्मको पद निकाल.

(१०) ३अ–क, ४अ–४क, ५अ–७क ··· ··· ··· गच्छको संख्या २८ सम्मको पद निकाल.

(११) $\frac{1}{8}$, –$\frac{2}{8}$, –$\frac{3}{8}$ ··· ··· ··· गच्छको संख्या १६ सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(१२) ३४, ७४, ११४ ··· ··· ··· गच्छको संख्या २७ सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(१३) ६, ६.४, ६.८ ··· ··· ··· गच्छको संख्या १८ सम्मको पहरूको सर्वधन निकाल.

(१४) अ, ३अ, ५अ ··· ··· ··· गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(१५) ३य, –य. –५य ... ... गच्छको संख्या य सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(१६) ३य, ०, –३य ... ... गच्छको संख्या य सम्मको सर्वधन कति हुन्छ ?

(१७) –४म, –म, २म ... ... गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन कति हुन्छ ?

(१८) आदि=४, अन्त्यपद=४९, सर्वधन=२६५ भए चय र गच्छ =कति ?

(१९) आदि=४९, अन्त्यपद=१६, सर्वधन=३९० भए चय र गच्छ=कति ?

(२०) आदि=१८, सर्वधन=०, अन्त्यपद=–१८ भए चय र गच्छ =कति ?

(२१) आदि=१, अन्त्यपद=४७$\frac{2}{3}$, सर्वधन=३३३$\frac{1}{3}$ भए चय र गच्छ=कति ?

(२२) आदि=–५, अन्त्यपद=–३७ सवधन=–१८९ भए चय र गच्छ=कति ?

(२३) आदि=५, अन्त्यपद=–४१ सर्वधन=२८१ भए चय र गच्छ=अति ?

(२४) आदि=अ, अन्त्यपद,=१७अ, सर्वधन=६४अ भए चय र गच्छ=कति ?

(२५) आदि=७अ, अन्त्यपद=–४३अ, सर्वधन=–१९८अ भए चय र गच्छ=कति ?

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

५५. तुल्योत्तर श्रेढीमा पृथक्२ गच्छको संख्यासम्मको दुइ पदहरू दिएर पदहरू ल्याउँदा आदि र चय अक्षरहरू कल्पना गरेर दुइ अव्यक्तहरूको मान अनेकवर्ण एकघात समीकरणबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ.

जस्तैः— (१) गच्छको संख्या १३ र १८ सम्मको पदहरू क्रमैसंग २५, र ३५ भए ती पदहरू निकाल.

यहाँ आदि=अ, अरू चय=क कल्पना गर्दा

२५=गच्छको संख्या १३

=अ+१२क ··· ··· ··· (१)

३५= गच्छको संख्या १८

=अ+१७क ··· ··· ··· (२)

यसर्थ घटाउँदा −१०=−५क

∴ क=२

तब उत्थापनबाट अ=१

यसर्थ १, ३, ५, ७ ··· ··· ··· इत्यादि भयो.

५६. तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही तीन संख्या सम्मको तीन पदहरूमध्ये बीचको पद अरू दुइ पदहरूको तुल्योत्तर मध्यपद भन्दछन्.

जस्तैः— अ+क र अ+३क यी दुइ पदहरूको अ+२क तुल्योत्तर मध्यपद हुन्छ.

५७. तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही तीन संख्याहरूको तीन पदहरूमध्य दुई पदहरू दिएर तुल्योत्तर मध्यपद ल्याउँदा.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यहाँ दुइ पदहरू अ, क; तुल्योत्तर मध्यपद=य कल्पना गर्दा-तुल्योत्तर श्रेढीमा अ, य, क यिनीहरू तीन पदहरू भए.

क–य=य–अ

यी दुवैमा चय समान छन.

यसर्थ य=$\frac{अ+क}{२}$

५८. तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही संख्यासम्मको दिएको दुइ पदहरूको बीचको जम्मै पदहरू ल्याउँदा चय ल्याएर ल्याउनू.

आदि=६ अन्त्यपद=४१ भए गच्छको संख्या ७ सम्मको बीचको पदहरू निकाल.

यहाँ आदि=६, अन्त्यपद=४१, गच्छको संख्या=६ हुन्छ.

फेरी चय=क कल्पना गर्दा

४१=गच्छको संख्या ६

=६+८क

यसर्थ क=५

तब पदहरू ६, १३, १७, ... २६, ३३, ३७, ४१

यसर्थ बीचको गच्छको संख्या ७ सम्मको पदहरू १३, १७, २१ ... ... २६, ३३, ३७

५९. गच्छको कोही संख्या सम्मको दिएको दुइ पदहरूको बीचको पदहरू ल्याउँदा.

यहाँ आदि=अ, अन्त्यपद=क दिएको छ अरू गच्छको संख्या नसम्मको चाहिएको भए पदको संख्या=न+२ होला.

फेरी चय=ग कल्पना गर्दा तब

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

क=गच्छको संख्या न+२

=अ+(न+१)क

यसर्थ ग=$\frac{क-अ}{न+१}$

गच्छको संख्या नसम्मको बीचको पदहरू अ+$\frac{क-अ}{न+१}$, अ+$\frac{२(क-अ)}{न+१}$ ... ... अ+$\frac{न(क-अ)}{न+१}$ हुन्छ.

जस्तैः— (१) आदि=२५, गच्छको संख्या १६ सम्मको पद=१३० भए गच्छको संख्या ६ सम्मको पद=कति ? (तुल्योत्तर श्रेढीमा)

यहाँ चय=क कल्पना गर्दा

१३०=गच्छको संख्या १६

=२५+१५क

∴ क=७

६ सम्मको पद=२५+८×७=८१ भयो.

जस्तैः— (२) तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही तीन संख्याको तीन पदहरूको योग ४५, र तिनीहरूको गुणनफल ३१३५ भए ती पदहरू निकाल.

यहाँ मध्यपद=अ, चय=क मान्दा

तब तीन पदहरू अ+क, अ, अ−क भए.

यसर्थ अ+क+अ+अ−क=४५

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

∴ अ=१५ यो मध्यपद भयो.

फेरी अ१५ उत्थापन गर्दा

तब तीन पदहरू १५+क, १५, १५-क भए.

यसर्थ १५(१५+क) (१५-क)=३१३५

∴ क=४ यो चय भयो.

तब तीन पदहरू १९, १५, ११ भए.

जस्तैः— (३) ३०, २४, १८ यस प्रकारको तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरूमध्ये कति गच्छको संख्यासम्मको पदहरूको योग ५४ हुन्छ.

यहाँ गच्छको संख्या=न, चय=-६

तब $५४=\frac{न}{२}\{ २\times ३०+(न-१)(-६)\}$

$=३०न-३न (न-१)$

यसर्थ $न^{२}-११न+१८=०$

∴ न=९ वा २ भयो.

यसर्थ गच्छको संख्या ९ सम्मको पदहरूको योग र गच्छको संख्या २ सम्मको पदहरूको योग समान हुन्छ तब ३०+२४+१८+१२+६+०-६-१२-१८=५४ अरू ३०+२४=५४ भयो.

जस्तैः— (४) तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या १५ छ, बीचमा तीन पदहरूको योग ९६ र आखीरको तीन पदहरूको योग १५० हुन्छ भने ती पदहरू निकाल.

यहाँ आदि=अ, चय=क कल्पना गर्दा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तब १५०=आखीरको तीन पदहरूको योग

=अ+१४क+अ+१३क+अ+१२क

=३अ+३९क

यसर्थ अ+१३क=५० ... ... (१)

फेरी बीचको तीन पदहरूको पदको संख्या ७, ८, ९

तब ९६=बीचको तीन पदहरूको योग

=अ+६क+अ+७क+अ+८क

=३अ+२१क

यसर्थ अ+७क=३२ ... ... (२)

∴ पहिला र दोस्रोबाट क=३, अ=११

यसर्थ पदहरू ११, १४, १७, ... ४७, ५०, ५३ भयो.

६ उदाहरण.

(१) गच्छको संख्या १९ सम्मको र ११ सम्मको पदहरू क्रमै-संग ९७ र ६५ भए पदहरू निकाल.

(२) गच्छको संख्या २१ सम्मको −९९, र १० सम्मको −४४ भए जम्मै पदहरू निकाल.

(३) गच्छको संख्या १४ सम्मको −३५, र ९ सम्मको −२८ भ-ए पदहरू निकाल.

(४) गच्छको संख्या १३ सम्मको २०, र १० सम्मको १५½ भ-ए पदहरू निकाल.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(५) गच्छको संख्या १७ सम्मको ३६, र ११ सम्मको २७ भए पदहरू निकाल.

(६) गच्छको संख्या १३ सम्मको १५६, र ३१ सम्मको ३७२ भए पदहरू निकाल.

(७) गच्छको संख्या १८ सम्मको १७०, र ११ सम्मको १०७ भए गच्छको संख्या १४ सम्मको पद कति ? (तुल्योत्तर श्रेढीमा)

(८) गच्छको संख्या ७ सम्मको ०, र ११ सम्मको −२४ भए तुल्योत्तर श्रेढीको गच्छको सख्या ४ सम्मको पद कति ?

(९) गच्छको संख्या १३ सम्मको ३३, र चौथा पद १२$\frac{3}{4}$ भए गच्छको संख्या ७ सम्मको तुल्योत्तर श्रेढीको पद कति ?

(१०) आदि=१००, अन्त्यपद=३७ भए बीचको गच्छको संख्या ६ सम्मको तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरू निकाल.

(११) आदि=२४, अन्त्यपद=७ भए बीचको गच्छको संख्या ६ सम्मको तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरू निकाल.

(१२) आदि=१०.४, अन्त्यपद=५ भए तुल्योत्तर गच्छको संख्या १० सम्मको बीचको पदहरू निकाल.

(१३) आदि=−१३$\frac{1}{3}$, अन्त्यपद=३ भए गच्छको संख्या ६ सम्मको तुल्योत्तर श्रेढीको बीचको पदहरू निकाल.

(१४) आदि=८$\frac{1}{3}$, अन्त्यपद=२$\frac{2}{3}$ भए गच्छको संख्या ३६ सम्मको तुल्योत्तर श्रेढीको बीचको पदहरू निकाल.

(१५) ३५, २८, २१ ... ... यस प्रकारको तुल्योत्तर श्रेढी.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

को पदहरूमध्ये कति गच्छको संख्यासम्मको पदहरूको योग ८४ हुन्छ ?

(१६) –१२, –११, –१० ... ... यस प्रकार तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरूमध्ये कति गच्छको संख्यासम्मको पदहरूको योग –७२ हुन्छ ?

(१७) १६$\frac{3}{5}$, १६$\frac{2}{5}$, १६$\frac{1}{5}$ ... ... यस प्रकारको तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरूमध्ये कति गच्छको संख्यासम्मको पदहरूको योग ३४३$\frac{3}{5}$ हुन्छ ?

(१८) १७, १५$\frac{2}{3}$, १४$\frac{1}{3}$ ... ... यस प्रकारको तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरूमध्ये कति गच्छको संख्यासम्मको पदहरूको योग ७१$\frac{2}{3}$ हुन्छ ?

(१९) –१९$\frac{1}{2}$, –१८, –१६$\frac{1}{2}$ ... ... यस प्रकारको तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरूमध्ये कति गच्छको संख्यासम्मको पदहरूको योग –११४ हुन्छ ?

(२०) ९.४, ९.८, १०.२ ... ... यस प्रकारको तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको कति संख्यासम्मको पदहरूको योग १८३ हुन्छ ?

(२१) तुल्योत्तर श्रेढीमा तीन पदहरूको योग ७५ हुन्छ, अरू ती पदहरूको गुणनफल १५४०० हुन्छ भने ती पदहरू निकाल.

(२२) तुल्योत्तर श्रेढीमा तीन पदहरूको योग ३९ हुन्छ अरू ती पदहरूको वर्गयोग ६०५ हुन्छ भने ती पदहरू निकाल.

(२३) तुल्योत्तर श्रेढीमा छ पदहरूको योग ४८ हुन्छ; अरू सबै-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भन्दा ठुलो र सानो पदहरूको गुणनफल ३६ हुन्छ भने ती पदहरू निकाल.

(२४) तुल्योत्तर श्रेढीमा छ पदहरूको योग ६६ हुन्छ, अरू ती पदहरूको वर्गयोग ६५१ हुन्छ भने ती पदहरू निकाल.

(२५) तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ७ र ११ सम्मको क्रमसंग ३४ र ५० छन्, र अन्त्यपद=७० भए गच्छको संख्या निकाल.

गुणोत्तर श्रेढी.

६०. उत्तरोत्तर पदहरू जब स्थिर खण्डले बढ्दै वा घट्दै जान्छ त्यसलाई गुणोत्तर श्रेढी भन्दछन्.

गुणोत्तर श्रेढीका पदहरू यस्ता प्रकारका हुन्छन्.

४, ८, १६ ... ... इत्यादि

१, $-\frac{१}{२}$, $\frac{१}{४}$, $-\frac{१}{८}$ ... ... इत्यादि

अ, अय, अय^{२}, अय^{३} ... इत्यादि

यहाँ स्थिर खण्डलाई गुण भन्दछन् र कोही पदलाई त्यसको पछाडिको पदले भाग जिंदा गुणको ज्ञान हुन्छ; यसर्थ गुण=पहिलामा २, दोस्रा $-\frac{१}{२}$, तेस्रामा य भयो.

फेरी क्रमसंग उत्तरोत्तर पदहरू लेख्दा.

पहिला पद=अ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

दोस्रा पद=अय

तेस्रा पद=अय^{२}

चौथा पद=अय^{३}

न सम्मको पद=अय$^{न-१}$

यसबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि य को घातमापक गच्छको संख्या भन्दा एक कम हुन्छ; यसर्थ गच्छको संख्या=प, अरू अन्त्यपद=म कल्पना गर्दा म=अय$^{प-१}$ हुन्छ.

जस्तैः— (१) $\frac{१}{३}, -\frac{१}{६}, \frac{१}{१२}$ ... ... इत्यादि गच्छको संख्या ६ सम्मको अन्त्यपद ल्याउँदा.

यहाँ गुण=$-\frac{१}{६}\div\frac{१}{३}$ वा $-\frac{१}{२}$

छैटो पद=$\frac{१}{३}\times(-\frac{१}{२})^{६-१}=\frac{१}{३}\times-\frac{१}{३२}$

=$-\frac{१}{९६}$ भयो.

६१. गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही तीन संख्यासम्मको तीन पदहरूमध्ये बीचको पद अरू दुइ पदहरूको गुणोत्तर मध्यपद भनिछन्.

दिएको दुइ पदहरूको बीचको गुणोत्तर मध्यपद ल्याउँदा.

यहाँ अ र क दुइ पदहरू, र मध्यपद=य कल्पना गर्दा गुणोत्तर श्रेढीको अ, य, क यिनीहरू तीन पदहरू भए; तब

$$\frac{क}{य}=\frac{य}{अ}$$

यी दुवैमा गुण समान छन्.

$$\therefore य^{२}=अक$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यसर्थ य=$\sqrt{\text{अक}}$

६२. गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही संख्यासम्मको दिएको दुइ पदहरूको बीचको जम्मै पदहरू ल्याउँदा गुण ल्यापर ल्याउनू:

आदि=अ, अन्त्यपद=क, भए गच्छको संख्या न सम्मको बीचको पदहरू निकाल.

यहाँ आदि=अ, अन्त्यपद=क गच्छको संख्या न+२ हुन्छ.

फेरी गुण=य कल्पना गर्दा

क=गच्छको संख्या न+२

$=\text{अय}^{\text{न+१}}$

$\therefore य^{न+१}=\frac{क}{अ}$

$\therefore य=\left(\frac{क}{अ}\right)^{\frac{१}{न+१}}$

यसर्थ गच्छको संख्या न सम्मको पदहरू अय, अय^{२} ..... अय^{न} जाहा य को मान $\left(\frac{क}{अ}\right)^{\frac{१}{न+१}}$ भएको छ

६३. गच्छको कोही संख्यासम्मको दिएको दुइ पदहरूको बीचको पदहरू ल्याउँदा.

७६८ र ६ को बीचको गच्छको संख्या ६ सम्मको जम्मै पदहरू निकाल.

यहाँ आदि=७६८, अन्त्यपद=६, अरू गच्छको संख्या ६+२ =८ हुन्छ.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तब गुण=गच्छको संख्या८

$=७६८य^{७}$

$\therefore य^{७}=\frac{१}{६४}$ वा $य=\frac{१}{२}$

गच्छको संख्या ६ सम्मको पदहरू ३८४, १६२, ९६, ४८, २४, १२ भयो.

६४. गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्यासम्मको पदहरूको जम्मा ल्याउँदा.

आदि=अ, गुण=य, गच्छको संख्या=न, सर्वधन=म कल्पना गर्दा

$म=अ+अय+अय^{२}+ \cdots \cdots \cdots +अय^{न-१}$

फेरी दुवै पक्षहरूलाई य ले गुणदा

$मय=अय+अय^{२}+अय^{३}+ \cdots \cdots \cdots +अय^{न-२}+अय^{न-१}$
$+अय^{न}$

यसमा घटाउँदा $मय-म=अय^{न}-अ$

$\therefore (य-१)म=अ(य^{न}-१)$

$$\therefore म=\frac{अ(य^{न}-१)}{य-१} \cdots \cdots \cdots (१)$$

अंश र हरको चिह्न बदलदा

$$म=\frac{अ(१-य^{न})}{१-य} \cdots \cdots \cdots (२)$$

सर्वधन ल्याउनलाई पहिला र दोस्रा दुवै सिद्धान्त स्मरण गर्नलाई लाघव हुन्छ, जब चयको संख्याको पद १ भन्दा ठुलो र सजातीय हुन्छ त्यस बाहेक सबैमा दोस्रो सिद्धान्त उपयोगी छ प-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

हिला सिद्धान्त अल्प उपयोगी छ.

जस्तैः— (१) ५१२, २५६, १२८ ..... इत्यादि गच्छ-को संख्या ८ सम्मको पदहरूको सर्वधन ल्याउँदा

यहाँ गुण=$\frac{२५६}{५१२}$ वा $\frac{१}{२}$ एक भन्दा कम छ यसर्थ दोस्रा सिद्धान्तले.

$$\text{सर्वधन}=\frac{५१२\{१-(\frac{१}{२})^८\}}{१-\frac{१}{२}}$$

$$=१०२४\{१-(\frac{१}{२})^८\}$$

$$=\frac{१०२४\times २५५}{२५६}$$

=१०२० भयो.

जस्तैः— (२) $\frac{३}{४}$, −१, $\frac{४}{३}$ ..... गच्छको संख्या ६ स-म्मको पदहरूको सर्वधन ल्याउँदाः

यहाँ गुण=$-\frac{४}{३}$ यसर्थ दोस्रा सिद्धान्तले

$$\text{सर्वधन}=\frac{\frac{३}{४}\{१-(-\frac{४}{३})^६\}}{१+\frac{४}{३}}$$

$$=\frac{\frac{३}{४}\{१-\frac{४०९६}{७२९}\}}{\frac{७}{३}}$$

$$=\frac{३}{४}\times-\frac{३७३९}{७२९}\times\frac{३}{७}$$

$$=-\frac{४८१}{३९४}$$ भयो.

७ उदाहरण.

(१) ४, १०, २०, ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छ-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

को संख्या६, र १० को पदहरू निकाल.

(२) ७२६, २४३, ८१, ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ८ र ११ को पदहरू निकाल.

(३) १६०, −८०, ४० ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या १२, १८ को पदहरू निकाल.

(४) १६२, −६६, ४८ ... ... इत्यादि कुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या १३, र १७ को पदहरू निकाल.

(५) $८\frac{1}{2}$, $४\frac{1}{2}$, $२\frac{1}{2}$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या १५ र १६ को पदहरू निकाल.

(६) ·०००२४३, ·००८१, ·२७, ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ६, र ८ को पदहरू निकाल.

(७) ३, ६, १२ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ८ को अन्त्यपद निकाल.

(८) २, −८, ३२ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ६ को अन्त्यपद निकाल.

(६) ३, २, $\frac{४}{३}$, ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या १० को अन्त्यपद निकाल.

(१०) २, $-२^२$, $२^३$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या न को अन्त्यपद निकाल.

(११) य, $य^२$, $य^३$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या म को अन्त्यपद निकाल.

(१२) $य^३$, $य^२$, य ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छ-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

को संख्या २४ को अन्त्यपद निकाल.

(१३) १२८० र २० बीचको गच्छको संख्या ५ सम्मको गुणोत्तर श्रेढीको पदहरू निकाल.

(१४) $\frac{1}{64}$ र १०२४ बीचको गच्छको संख्या ६ सम्मको गुणोत्तर श्रेढीको पदहरू निकाल.

(१५) $\frac{24}{25}$ र $\frac{3}{5}$ को बीचको गच्छको संख्या तीन सम्मको गुणोत्तर श्रेढीको पदहरू निकाल.

(१६) ८० र $-\frac{5}{64}$ को बिचको गच्छको संख्या चार सम्मको गुणोत्तर श्रेढीको पदहरू निकाल.

(१७) १२, $-3\frac{1}{2}$, १०८ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ६ सम्मको पदहरूको योगफल निकाल.

(१८) ६·४, ३·२, १·६ ... . इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ७ सम्मको पदहरूको योगफल निकाल.

(१९) $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ६ सम्मको पदहरूको योगफल निकाल.

(२०) ४, −१, $\frac{1}{4}$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ७ सम्मको पदहरूको योगफल निकाल.

(२१) $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ११ सम्मको पदहरूको योगफल निकाल.

(२२) $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{9}$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या ६ सम्मको पदहरूको योगफल निकाल.

(२३) ३, $-\frac{1}{2}$, १२ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

संख्या म सम्मको पदहरूको योगफल निकाल.

(२४) $\sqrt{अ}$, $\sqrt{अ^२}$, $\sqrt{अ^३}$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या अ सम्मको सर्वधन निकाल.

(२५) $\sqrt{२}$, $२\sqrt{२}$, $४\sqrt{२}$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या १० सम्मको सर्वधन निकाल.

६५. $१+\frac{१}{३}+\frac{१}{३^२}+\frac{१}{३^३}$ ... ... इत्यादि गुणोत्तर श्रेढीको पदहरूको गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन ल्याउँदा.

$$\text{गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन}=\frac{१-\frac{१}{३^न}}{१-\frac{१}{३}}$$

$$=२\left(१-\frac{१}{३^न}\right)$$

$$=२-\frac{१}{३^{न-१}}$$

यसबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि गच्छको संख्या भेरै सम्मको पदहरूको सर्वधन २ भन्दा सर्वदा सानो हुन्छ. यहाँ न जति ठुलो हुनशक्तछ $\frac{१}{३^{न-१}}$ यो भिन्न उति सानो हुनेरहेछ; यसर्थ गच्छको संख्या जहासम्म हुनशक्तछ उति सम्मको पदहरू लिएर सर्वधन ल्याउँदा २ बाट घट्ने हुने रहेछ.

६६. फेरी ६३ मा सर्वधन$=\frac{अ(१-य^न)}{१-य}$ छ.

$$=\frac{अ}{न+१}-\frac{अय^न}{१-य}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यहाँ गच्छको संख्या न= जति ठुलो संख्या कल्पना गरेतापनी न को मान य^{न} को मान भन्दा $\frac{अय^{२}}{१-य}$ को मान भन्दा सानो हुन्छ, अरू न को मान यथेष्ट ठुलो भएतापनी गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन $\frac{अ}{१-य}$ बाट $\frac{अय^{न}}{१-य}$ घटूने रहेछ; यसर्थ गच्छको संख्या सम्मको अन्त्यपद सम्मको गुणोत्तर श्रेढीको घटूतै गएको पदहरूको सर्वधन $\frac{अ}{१-य}$ हुनेरहेछ.

६७. गुणोत्तर श्रेढीको अन्त्यपद सम्मको पदहरूको सर्वधन आवर्त दशमलवको मान ल्याएर सिद्धान्तको दृष्टान्त तल लेखी देखाएको छ.

५·६७८ को मान ल्याउँदा

५·६७८=५·६७८७८७८ ... ... इत्यादि

$=५+\frac{६}{१०}+\frac{७८}{१००००}+\frac{७८}{१०००००}+$ .... इत्यादि

$=५+\frac{६}{१०}+\frac{७८}{१०^{३}}+\frac{७८}{१०^{५}}$ ..... इत्यादि

$=५+\frac{६}{१०}+\frac{७८}{१०^{३}}\left(१+\frac{१}{१०^{२}}+\frac{१}{१०^{४}}+ \text{.... इत्यादि}\right)$

$=५+\frac{६}{१०}+\frac{७८}{१०^{३}}\cdot\frac{१}{१-\frac{१}{१०^{२}}}$

$=५+\frac{६}{१०}+\frac{७८}{१०^{३}}\times\frac{१००}{९९}$

$=५+\frac{६}{१०}+\frac{७८}{९९०}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$=\frac{५६२२}{६६०}$

अङ्क गणितको रीतिवाट भिन्न रूपमा लेख्ता पनी मानमा फरक पर्दैन·

८ उदाहरण.

गुणोत्तर श्रेढीको अन्त्यपद सम्मको पदरूको सर्वधन निकाल·

(१) ८, ४, २, ⋯ (२) १६, १२, ९, ⋯

(३) $\frac{१}{३}, \frac{१}{९}, \frac{१}{२७}$ ⋯ (४) $\frac{१}{४}, -\frac{१}{६}, \frac{१}{९}$ ⋯

(५) $\frac{१}{३}, \frac{१}{४}, \frac{३}{१६}$ ⋯ (६) $\frac{७}{२}, -१, \frac{२}{७}$, ⋯

(७) ·१·२, ·६, ·३, ⋯ (८) ·४, ·०२, ·००१, ⋯

तल लेखिएको अवर्त दशमलवको ६५ को रीतीवाट मान ल्याउनू·

(९) ·७̇ (१०) ·१३̇ (११) ·७१̇ (१२) ·१२३̇ (१३) ·०९१̇

(१४) गुणोत्तर श्रेढीको गच्छको संख्या १२ को $३\frac{१}{२}$, र गच्छको संख्या ८ को $\frac{१}{२}$ भए ती पदहरू निकाल.

(१५) गुणोत्तर श्रेढीको गच्छको संख्या ७ को $\frac{११}{६२}$, र गच्छको संख्या ४ को $\frac{६}{५}$ भए ती पदहरू निकाल.

(१६) गुणोत्तर श्रेढीको गच्छको संख्या ८ को ६५६१, र गच्छको संख्या ५ को २४३ भए ती पदहरू निकाल.

(१७) गुणोत्तर श्रेढीको गच्छको संख्या ३ को $\frac{४}{९}$, र गच्छको संख्या ६ को $\frac{३२}{३४३}$ भए ती पदहरू निकाल.

(१८) १७९२को गुणोत्तर श्रेढीमा यस्तो तीन भाग गर कि पहिला र तेस्राको जम्मा दोस्राको $२\frac{२}{९}$ होस.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(१९) गुणोत्तर श्रेढीको पहिला दुइ पदहरूको जम्मा=१ हुन्छ, अरू प्रत्येक पद ती पदहरू सबैको जम्माको दोवर भए ती पदहरू निकाल.

(२०) गुणोत्तर श्रेढीको पहिला तीन पदहरूको जम्मा ११·२ छ, अरू पहिला र तेस्राको जम्मा दोस्राको ·७५ भए पहिला तीन पदहरू निकाल.

(२१) $अ^२+२क$, $अ^४+४क$, $अ^६+६क$ ⋯ ⋯ इत्यादिको गच्छको संख्या म सम्मको पदहरूको सर्वधन कति ?

(२२) $\frac{३+२\sqrt{२}}{३-२\sqrt{२}}, १, \frac{३-२\sqrt{२}}{३+२\sqrt{२}}$ ⋯ ⋯ इत्यादि पदहरूको अन्त्यपद सम्मको पदहरूको सर्वधन कति होला ?

(२३) $\sqrt{\frac{३}{२}}, \sqrt[३]{२}, \sqrt[६]{\frac{३}{४}}$ ⋯ ⋯ इत्यादि पदहरूको अन्त्यपद सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(२४) $२य-\frac{१}{२}, ४य+\frac{१}{६}, ६य-\frac{१}{१८}$ ⋯ ⋯ इत्यादि पदहरूको गच्छको संख्या २न सम्मको पदहरूको सर्वधन कति हुन्छ ?

व्यस्तोत्तर श्रेढी.

६८. जब व्यस्तोत्तर श्रेढीमा अनेक पदहरूमध्ये कोही तीन क्रमानुसारी पदहरू जस्तो पहिला र दोस्राको अन्तरको दोस्रा र तेस्राको अन्तर उस्तै पहिलाको तेस्रा भए तब व्यस्तोत्तर श्रेढीमा अनेक पदहरू हुन्छन.

जस्तैः— अ-क : क-ग :: अ : ग, क-ग : ग-घ :: क : घ, इत्या-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MoE

दि भए व्यस्तोत्तर श्रेढीमा अ, क, ग इत्यादि पदहरू हुन्छन्.

६९. व्यस्तोत्तर श्रेढीमा अ, क, ग यी तीन पदहरू भए.

$$\frac{अ}{ग}=\frac{अ+क}{क-ग}$$

$$\therefore अ(क-ग)=ग(अ-क)$$

अ क ग ले भाग गर्दा $\frac{१}{ग}-\frac{१}{क}=\frac{१}{क}-\frac{१}{अ}$ तुल्योत्तर श्रेढीमा भए

यसर्थ तुल्योत्तर श्रेढीमा १, ४, ७, ⋯ इत्यादि, वा $\frac{१}{४}$, $-\frac{१}{४}$, $-\frac{३}{४}$, ⋯ इत्यादि, यिनीहरूको व्यस्तोत्तर श्रेढीमा १, $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{७}$, ⋯ इत्यादि, वा ४, -४, $-\frac{४}{३}$ इत्यादि उल्टा पदहरू भए.

७०. गच्छको कोही संख्या सम्मको व्यस्तोत्तर श्रेढीको पदहरूको सर्वधन ल्याउँदा कोही अर्को सिद्धान्त छैन; यसर्थ गच्छको कोही संख्या सम्मको व्यस्तोत्तर श्रेढीको पदहरू तुल्योत्तर श्रेढीको रूप बिएर सर्वधन ल्याउँदा धेरै सिद्धान्तहरू हुन्छन्.

जस्तैः— व्यस्तोत्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या १२ को $\frac{१}{२}$ अरू १६ को $\frac{३}{२}$ भए ती पदहरू निकाल.

यहाँ आदि+अ, तुल्योत्तर श्रेढीको रूप दिएपछि चय=क भए.

तब ५=गच्छको संख्या १२

$$=अ+११क$$

अरू $\frac{२५}{३}$=गच्छको संख्या १६

$$=अ+१८क$$

तब क=$\frac{१}{३}$, अ=$\frac{५}{३}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यसर्थ तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरू $\frac{४}{३}$, $\frac{५}{३}$, २, $\frac{७}{३}$ ⋯ इत्यादि र अनुपातोत्तर श्रेढीका पदहरू $\frac{३}{४}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{७}$, ⋯ इत्यादि भए.

७१. व्यस्तोत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही तीन संख्या सम्मको तीन पदहरूमध्ये बीचको पद अरू दुइ पदहरूको व्यस्तोत्तर मध्यपद भन्दछन्.

जस्तैः— व्यस्तोत्तर श्रेढीमा अ, य, क यी तीन पदहरू भए अ, क बीच य व्यस्तोत्तर मध्यपद भयो.

७२. दिएको दुइ पदहरूको बीचको व्यस्तोत्तर मध्यपद ल्याउँदा.

यहाँ दिएको दुइ पदहरू अ, र क अरू व्यस्तोत्तर मध्यपद ग भए.

तब $\frac{१}{अ}, \frac{१}{ग}, \frac{१}{क}$ तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरू भए.

$$\therefore \frac{१}{ग}-\frac{१}{अ}=\frac{१}{क}-\frac{१}{ग}$$

$$\frac{२}{ग}=\frac{१}{अ}+\frac{१}{क}$$

$$ग=\frac{२अक}{अ+क}$$ व्यस्तोत्तर मध्यपद भयो.

यसबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि दुइ पदहरूको गुणनफलको दोबरलाई तिनीहरूको योगले भाग लिंदा व्यस्तोत्तर मध्यपद हुन्छ.

७३. अ, क को बीचको तुल्योत्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर मध्यपद क्रमैसंग आ, का, गा भए आ र का को बीचको गुणोत्तर मध्यपद हुन्छ.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

२ CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri Funding: MoE

सिद्ध गर्दा अा= $\frac{अ+क}{२}$

का=$\sqrt{अक}$

गा=$\frac{२अक}{अ+क}$

आगा=$\frac{अ+क}{२}\times\frac{२अक}{अ+क}$, वा अक=गा^{२}, वा गा=$\sqrt{अक}$

अर्थात् अा, अरू गा को बीचका गुणोत्तर मध्यपद भयो.

७४. केही क्रियासहित श्रेढी व्यवहारको विविध प्रश्नहरू तल लेखिएका छन्.

जस्तैः— (१) गुणोत्तर श्रेढीको यस्तो तीन् पदहरू निकाल कि तिनीहरूको गुणनफल १२५ र जम्मा २१$\frac{३}{५}$ हुन्छ.

यहाँ तीन पदहरू $\frac{अ}{क}$, अ, अक, भए.

तब $\frac{अ}{क}\times अ\times अक\times=१२५$ ⋯ (१)

अरू $\frac{अ}{क}+अ+अक$, वा अ$\left(\frac{१}{क}+१+क\right)=६\frac{५}{५}$⋯(२)

पहिलाबाट अ^{३}=१२५, वा अ=५

दोस्राबाट ५(अ+क+क^{२})=$६\frac{५}{५}$क

∴ क=३, वा $\frac{१}{३}$,

यसर्थ पदहरू $\frac{५}{३}$. ५, १५. भए.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

जस्तैः— (२) व्यस्तोत्तर श्रेढीमा तीन पदहरू अ, क, ग भ-ए व्यस्तोत्तर श्रेढीमा $\frac{अ}{क+ग}, \frac{क}{क+ग}, \frac{ग}{क+अ}$ यी तीन पदहरू हुन्छन् भनेर सिद्ध गर.

$$\frac{१}{अ}, \frac{१}{क}, \frac{१}{ग}$$

वा $\frac{अ+क+ग}{अ}, \frac{अ+क+ग}{क}, \frac{अ+क+ग}{ग}$

वा $१+\frac{क+ग}{अ}, १+\frac{अ+ग}{क}, १+\frac{अ+क}{ग}$

वा $\frac{क+ग}{अ}, \frac{अ+ग}{क}, \frac{अ+क}{ग}$ तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरू भए.

$\therefore \frac{अ}{क+ग}, \frac{क}{अ+ग}, \frac{ग}{अ+क}$ व्यस्तोत्तर श्रेढीको पदहरू भए,

जस्तैः— (३) तुल्योस्तर श्रेढीमा गच्छको संख्या प सम्म-को $\frac{प}{५}+२$ भए गच्छको संख्या ४६ सम्मको पदहरूको सर्वधन ल्याउँदा.

यहाँ आदि=अ, अन्त्यपद=क; तब प=१ अरू प=४६ क्रमैसंग उत्थापन गर्दा तब

$$अ=\frac{१}{५}+२, \quad क=\frac{४०}{५}+२;$$

$$\therefore \text{सर्वधन}=\frac{प}{२}(अ+क)=\frac{४६}{२}\left(\frac{५०}{५}+४\right)$$

$$=\frac{४६}{२}\times १४=३४३ \text{ भयो.}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MoE

जस्तैः— (४) गुणोत्तर श्रेढीमा अ, क, ग, घ, च पदहरू भए अ+ग अरू ग+च को बीच क+घ गुणोत्तर मध्यपद हुन्छ भनेर सिद्ध गर.

∵ अ, क, ग, घ, च संलग्न अनुपातको पदहरू भए.

$$\frac{अ}{क}=\frac{क}{ग}=\frac{ग}{घ}=\frac{घ}{च};$$

∴ प्रत्येक गुण $\frac{अ+ग}{क+घ}=\frac{क+घ}{ग+च}$

यसर्थ (क+घ)^2=(अ+ग) (ग+च)

७४. श्रेढी फलमा तल लेखिएको सिद्धान्तहरू बहुतै उपयोगी छन्.

(१) तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही संख्या सम्मको पदहरूमा एकै पद जोड्दा वा घटाउँदा बनेको पदहरूको पहिलेको जस्तै चय हुन्छ.

(२) तुल्योत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही संख्या सम्मको पदहरूलाई एकै पदले गुणदा वा भाग लिंदा बनेको पदहरूको पहिलेको जस्तै चय हुँदैन.

(३) गुणोत्तर श्रेढीमा गच्छको कोही संख्या सम्मको पदहरूलाई एकै पदले गुणदा वा भाग लिंदा बनेको पदहरूको पहिलेको जस्तै गुण हुन्छ.

(४) गुणोत्तर श्रेढीमा अ, क, ग, घ, ..., इत्यादि पदहरू भए तीनीहरू संलग्न अनुपातमा पनी हुन्छन्.

$$\frac{अ}{क}=\frac{क}{ग}=\frac{ग}{घ}=\cdots\ \cdots\frac{१}{न}$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

संलग्न अनुपातमा गच्छको कोही संख्या सम्मको पदहरू अ, अक, अक^{२} ⋯ इत्यादि पदहरूले उल्टा क्रमले रूप बन्दछन्.

९ उदाहरण.

(१) व्यस्तोत्तर श्रेढीमा $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{६}$, $\frac{१}{७}$ – यी पदहरू भए गच्छको संख्या ७ को पद निकाल.

(२) $\frac{१}{८}$, $\frac{१}{१८}$, $\frac{१}{२८}$ ⋯ इत्यादि पदहरू भए गच्छको संख्या २० को व्यस्तोत्तर श्रेढीको पद निकाल.

(३) $\frac{१}{४}$, $\frac{१}{७}$, $\frac{१}{१०}$ ⋯ ⋯ इत्यादि पदहरू भए गच्छको संख्या ६ को व्यस्तोत्तर श्रेढीको पद निकाल.

(४) $\frac{१}{७}$, $\frac{१}{१२}$, $\frac{१}{१७}$ ⋯ ⋯ इत्यादि व्यस्तोत्तर श्रेढीको पदहरूको गच्छको संख्या न सम्मको पद निकाल.

(५) व्यस्तोत्तर श्रेढीको गच्छको संख्या ८ को $\frac{१}{१५}$, अरू १७ को $\frac{१}{७}$ भए ती १पदहरू निकाल.

(६) व्यस्तोत्तर श्रेढीको गच्छको संख्या ११ को $\frac{१}{१३}$, अरू २० को $\frac{१}{५}$ भए ती पदहरू निकाल.

(७) ७ र $८\frac{१}{२}$ को बीचको व्यस्तोत्तर मध्यपद निकाल.

(८) अ+क, अ–क को बीच व्यस्तोत्तर मध्यपद निकाल.

(९) $\frac{१}{य}$, $\frac{१}{र}$ को बीच व्यस्तोत्तर मध्यपद निकाल.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri. Funding: MoE

(१०) $\frac{१}{अ+क}, \frac{१}{अ-क}$ को बीच व्यस्तोत्तर मध्यपद निकाल.

(११) २, र ४ को बीच व्यस्तोत्तर दुइ मध्यपदहरू निकाल.

(१२) $२\frac{२}{५}$ र १२ को बीच व्यस्तोत्तर तीन मध्यपदहरू निकाल.

(१३) $१+\frac{४}{७}+\frac{२}{५}+ \cdots \cdots$ इत्यादि व्यस्तोत्तर श्रेढीको पदहरूको गच्छको संख्या ५ सम्मको सर्वधन कति हुन्छ ?

(१४) $(२अ+क)+३अ+(४अ-क)+ \cdots \cdots$ इत्यादि व्यस्तोत्तर श्रेढीको पदहरूको गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन निकाल.

(१५) $\frac{३}{५}-\frac{३}{७}+\frac{१}{३}- \cdots \cdots$ इत्यादि व्यस्तोत्तर श्रेढीको गच्छको संख्या ७ सम्मको पदहरूको सर्वधन कति होला ?

(१६) $अ^२, क^२, ग^२$ तुल्योत्तर श्रेढीको पदहरू भए सिद्ध गर कि क+ग, अ+ग, अ+क व्यस्तोत्तर श्रेढीको पदहरू होलान्.

(१७) व्यस्तोत्तर श्रेढीमा अ, क, ग यी पदहरू भए अनुपातोत्तर श्रेढीमा $\frac{१}{अ}+\frac{१}{क+ग}, \frac{१}{क}+\frac{१}{अ+ग}, \frac{१}{ग}+\frac{१}{अ+क}$ यीपदहरू पनी होलान् भनेर सिद्ध गर.

(१८) अ, क, ग, घ गुणोत्तर श्रेढीमा पदहरू भए सिद्ध गर कि $(क-ग)^२=अक+कघ-२अघ$ होला.

(१९) अ.दि=$अ+\frac{१}{२अ}$, गच्छको संख्या न सम्मको=$अन+\frac{१}{२नअ}$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भए गच्छको संख्या न अम्मको पदहरूको सर्वसन कति होला.

(२०) दुइ पदहरूको बीच तुल्योत्तर मध्यपद र गुणोत्तर मध्यपदको योग र अन्तर क्रमैसंग १६ र ४ भए ती दुइ पदहरू निकाल.

(२१) दुइ संख्याहरू निकाल जसको अन्तर २ छ अरू तिनीहरूको बीच व्यस्तोत्तर मध्यपद $2\frac{2}{3}$ छ.

(२२) तुल्योत्तर मध्यपद र व्यस्तोत्तर मध्यपदको अन्तर $5\frac{1}{6}$ दुइ संख्याहरू बीच छ, र एक संख्या १ भए अर्को संख्या निकाल.

(२३) दुइ संख्याहरूको बीच तुल्योत्तर मध्यपद र व्यस्तोत्तर मध्यपदको अन्तर $\frac{2}{3}$ अरू एक संख्याको दोबर अर्को संख्या भए ती पदहरू निकाल.

(२४) दुइ संख्याहरू निकाल जसको तुल्योत्तर मध्यपद, गुणोत्तर मध्यपद, व्यस्तोत्तर मध्यपदको योग $19\frac{3}{5}$ र गुणनफल २१६ छ.

अरू सरल श्रेढीफल.

७६. तुल्योन्तर, गुणोत्तर, व्यस्तोत्तर यी तीन श्रेढीहरू पछी फेरी अरू केही आवश्यक सरल श्रेढीहरू छन् यस्तो केही श्रेढीहरूको सर्वधन ल्याउँदा केही रीतिहरू तल लेखिएका छन्.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri Funding: MoE

जस्तैः— (१) १·२+२·३+३·४ ··· ··· ··· इत्यादि पदहरूको गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन कति होला ?

यहाँ गच्छको संख्या य सम्मको ··· ··· +य हुन्छ.

अरू गच्छको संख्या य सम्मको २+३+४ ···· ··· (य+१)हुन्छ.

यसर्थ दिएको श्रेढीहरूको गच्छको संख्या य सम्मको अन्त्यपद (य+१)=य^{२}+य

फेरी य=१, २, ३ ··· ··· न कल्पना गर्दा श्रेढीहरू = (१^{२}+२^{२}+३^{२}+ ··· ··· +न^{२})+(१+२+३+··· ··· +न)

यसर्थ सर्वधन=$\frac{न(न+१) (२न+१)}{०}+\frac{न(न+१)}{२}$ वा

$$\frac{न(न+१)}{२}\left\{\frac{२न+१}{३}+१\right\}$$

वा $\frac{न(न+१)(न+२)}{३}$ भयो.

जस्तैः— (२) १^{२}+३^{२}+५^{२}+ ··· ··· +न सम्मको श्रेढीहरूको सर्वधन ल्याउँदा.

यहाँ गच्छको संख्या य सम्मको १+३+५+ ··· ··· +(२य −१) हुन्छ.

यसर्थ दिएको श्रेढीहरूको गच्छको संख्या य को अन्त्यपद (२य−१)^{२}=४य^{२}−४य+१

य=१, २, ३ ···· न कल्पना गर्दा श्रेढीहरू=

४(१^{२}+२^{२}+३^{२}+ ··· ··· +)−४ (१+२+३+ ··· ··· +न) +(१+१+ ··· +न)

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri

यसर्थ सर्वधन=$४ \times \frac{न(न+१)(२न+१)}{६} - ४ \times \frac{न(न+न)}{२} + १ \times न$

$= २न(न+१)\left\{\frac{२न+१}{३} - १\right\} + न = \frac{४न(न^२-१)^२}{३} + न$

$= \frac{न(४न^२-१)}{३}$ भयो.

जस्तैः— (३) गच्छको संख्या न सम्मको १+३+६+१०+१५+२१+ ⋯ ⋯ इत्यादि पदहरूको सर्वधन ल्याउँदा.

यहाँ सर्वधन=य अरू अन्त्यपद=$प_न$ कल्पना गर्दा

तब य=१+३+६+१०+१५+ ⋯ ⋯ +$प_न$

अरू य=१+३+६+१०+ ⋯ ⋯ +$प_{न-१}$+$प_न$

यसर्थ घटाउँदा ०=(१+२+३+४+५+ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या न सम्म)−$प_न$

∴ $प_न$=१+२+३+४+५+ ⋯ ⋯ न सम्मको पद=$\frac{१}{२}$न(न+१)

$= \frac{१}{२}(न^२+न)$

न=१, २, ३, ⋯ ⋯ इत्यादि कल्पना गर्दा श्रेढीहरू=

$\frac{१}{२}\{(१^२+२^२+३^२+ ⋯ ⋯ +न^२)+(१+२+३+ ⋯ ⋯ +न)\}$

यसर्थ सर्वधन=$\frac{१}{२}\left\{\frac{न(न+१)(२न+१)}{६} + \frac{न(न+१)}{२}\right\}$

$= \frac{१}{२} \times \frac{न(न+१)}{२}\left(\frac{२न+१}{३}+१\right) = \frac{न(न+१)(न+२)}{६}$ भयो.

जस्तैः— (४) गच्छको संख्या न सम्मको २+२२+२२२+

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

२२२२+ ⋯ ⋯ इत्यादि पदहरूको सर्वधन ल्याउँदा.

उद्दिष्ट पदहरू=$\frac{1}{9}$(९+९९+९९९+९९९९+ ⋯ ⋯ इत्यादि)

=$\frac{1}{9}$$\{$(१०−१)+(१०^{२}−१)+(१०^{३}−१)+ ⋯ ⋯ इत्यादि $\}$

=$\frac{1}{९}$$\{$(१०+१०^{२}+१०^{३}+ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या न सम्म)−(१+१+१+ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या न सम्म)$\}$

यसर्थ सर्वधन=$\frac{1}{९}$$\left\{\frac{१०(१०^{न}-१)}{१०-१}-न\right\}$=$\frac{1}{८१}$(१०^{न}−१)−$\frac{1}{९}$न) भयो.

जस्तैः— (५) गच्छको संख्या न सम्मको १+३+७+१५+३१+६३+ ⋯ ⋯ इत्यादि पदहरूको सर्वधन ल्याउँदा.

यहाँ सर्वधन=य अरू अन्त्यपद प$_{न}$ कल्पाना गर्दा

तब य=१+३+७+१५+३१+ ⋯ ⋯ +प$_{न}$,

अरू य=१+३+७+१५+ ⋯ ⋯ +प$_{न-१}$+प$_{न}$

यसर्थ घटाउँदा ०=(१+२+४+८+१६+ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या न सम्म)−प$_{न}$;

∴ प$_{न}$=१+२+४+८+ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या न सम्म=$\frac{२^{न}-१}{२-१}$

=२^{न}−१

न=१, २, ३, ⋯ ⋯ इत्यादि कल्पना गर्दा श्रेढीहरू=

(२+२^{२}२^{३}+ ⋯ ⋯ गच्छको संख्या न सम्म)−(१+१+१ + ⋯ ⋯ न सम्म)

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$=\frac{२(२^{न}-१)}{२-१}-न=२^{न+१}-(न+२)$ भयो.

जस्तैः— (६) $१^{२}+२^{२}+३^{२}+४^{२}+५^{२}+\cdots\cdots$ इत्यादि पदहरूको गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन ल्याउँदा.

यहाँ गच्छको संख्या यको पद= $\frac{१}{य(न+१)}=\frac{१}{य}-\frac{१}{य+१}$

फेरी य= १, २, ३, + ···· गच्छको संख्या न सम्मको कल्पना गर्दा श्रेढीहरू=

$$(\frac{१}{१}-\frac{१}{२})+(\frac{१}{२}-\frac{१}{३})+(\frac{१}{३}-\frac{१}{४})+\cdots\cdots+(\frac{१}{न-१}-\frac{१}{न})$$

$$+(\frac{१}{न}-\frac{१}{न+१})$$

$=१-\frac{१}{न+१}=\frac{न}{न+१}$ भयो.

किन भने आदि र अन्त्यपद बाहेक अरू सबै श्रेढीहरू आपसमा नाश हुन्छन्.

यसबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि जब अन्त्यपद=न, र $\frac{१}{न+१}=०$ हुन्छ तब उदिष्ट श्रेढीहरूको अन्त्यपद सम्मको सर्वधन=१ हुन्छ.

७७. गच्छको संख्या न सम्मको मिश्र श्रेढीहरूको दुइ खण्डहरू मध्ये एक खण्ड तुल्योत्तर श्रेढी, र अर्को खण्ड गुणोत्तर श्रेढीका हुन्छन्.

जस्तैः— (७) $१+३य+५य^{२}+७य^{३}+\cdots\cdots$ इत्यादि पदहरूको गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन ल्याउँदा.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यहाँ एक खण्ड १, ३, ५, ७, यी पदहरू तुल्योत्तर श्रेढीको भयो. जसको

आदि=१, चय=२. अरू गच्छ=न छ यसर्थ गच्छको संख्यान सम्मको अन्त्यपद=१+२(न−१)=२न−१ हुन्छ.

फेरी अर्को खण्ड १, य, $य^२$, $य^३$ यी पदहरू गुणोत्तर श्रेढीको भयो जसको गच्छको संख्या=न, गुण=य, आदि १ छ यसर्थ गच्छको संख्या न सम्मको अन्त्यपद=$य^{न-१}$ हुन्छ.

फेरी सर्वधन=स कल्पना गर्दा, तब

$$स=१+३य+५य^२+७य^३+\cdots\cdots+(२न-१)य^{न-१}\cdots\cdots\cdots(१)$$

दुवै पक्ष य ले गुणदा

$$सय=य+३य^२+५य^३+\cdots\cdots(२न-३)य^{न-१}+(२न-१)य^न\cdots\cdots(२)$$

पहिलाबाट दोस्रा घटाउँदा

$$स-सय=१+२य+२य^२+२य^३+\cdots\cdots २य^{न-१}-(२न-१)य^न$$

वा $स(१-य)=१+२य(१+य+य^२+य^३+\cdots\cdots+य^{न-२})-(२न-१)य^न\cdots(३)$

तर गुणोत्तर श्रेढीको अन्त्यगद न−१ को श्रेढीहरू $१+य+य^२+\cdots\cdots+य^{न-२}$ छ यसमा आदि=१, गुण=य छ यसर्थ सर्वधन $=\frac{१-य^{न-१}}{१-य}$ हुन्छ.

यसर्थ तेस्रा बाट

$$स(१-य)=१+२य.\frac{१य-न-१}{१-य}-(२न-१)य^न=१+\frac{२य}{१-य}-$$

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$$\frac{२य^{न}}{१-य}-(२न-१)य^{न}$$

$$=\frac{१+य}{१-य}-\frac{२य^{न}(२न-१)(१-य)य^{न}}{१-य}=\frac{१+य}{१-य}-$$

$$\frac{(२न+१)य^{न}-(२न-१)य^{न-२}}{१-य}$$

$$\therefore \text{सर्वधन}=\frac{१+य}{(१-य)^{२}}-\frac{(२न+१)य^{न}-(२न-१)य^{न+१}}{(१-य)^{२}}$$

यसबाट स्पष्ट ज्ञान हुन्छ कि १ भन्दा य सानो र न ठुलो भए $य^{न}$, र $य^{न+१}$ दुवै धेरै सानो हुन्छन्; यसर्थ अन्त्यपद सम्मको जम्मा $\frac{१+य}{(१-य)^{२}}$ हुन्छ.

१० उदाहरण.

(१) गच्छको संख्या न सम्मको २+७+१४+२३+ ⋯ ⋯ इत्यादि श्रेढीहरूको सर्वधन निकाल.

(२) गच्छको संख्या न सम्मको १+५+१३+२६+ ⋯ ⋯ इत्यादि श्रेढीहरूको सर्वधन निकाल.

(३) $\frac{५}{७}+\frac{७}{३५}+\frac{९}{१३५}+\frac{११}{२३५}+$ ⋯ ⋯ इत्यादि श्रेढीहरूको अन्त्यपद सम्मको सर्वधन कति होला.

(४) $\frac{१}{२}+\frac{३}{४}+\frac{५}{८}+\frac{७}{१६}+$ ⋯ ⋯ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(५) $१+\frac{३}{२}+\frac{७}{४}+\frac{१५}{८}+ \cdots \cdots$ इत्यादिको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(६) $१ ३+२·४+३·५+४·६+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या नसम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(७) $१·२·४+२·३·५+३·४·६+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन निकाल.

(८) $१·३·५+३·५·७+५·७·९+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(९) $७^२+९^२+११^२+१३^२+ \cdots \cdots +२३^२$ को सर्वधन कति होला.

(१०) $२^२+५^२+८^२+११^२+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(११) $१^३+३^३+५^३+७^३+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन निकाल.

(१२) $१+\frac{२}{३}+\frac{३}{५}+\frac{४}{७}+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन कति हुन्छ ?

(१३) ३+३३+३३३+३३३३+ $\cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या न सम्मको सर्वधन कति ?

(१४) $·५+·५५+·५५५+·५५५५+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको सर्वधन कति हुन्छ ?

(१५) $अ^२+(अ+१)^२+(अ+२)^२+(अ+३)^२+ \cdots \cdots$ इत्यादि श्रेढीहरूको गच्छको संख्या न सम्मको पदहरूको स-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu